2017학년도 **논술자료집**

creative for great

GREATIVE

괴짜같은 진짜들이 만들어 가는 것-이것이 GREATIVE다

바르게 다르게 크게-

16499 경기도 수원시 영통구 월드컵로 206 아주대학교
입학처
전화 031- 219- 2021, 3981
팩스 031- 213- 5174
www.iajou.ac.kr

2017 아주대학교 **논술자료집**

아주대학교

AJOU UNIVERSITY

AJOU GREAT TURNING

바르게 다르게 크게-

2017학년도
아주대학교

논술자료집

아주대학교
AJOU UNIVERSITY

1973

아주대학교가 유쾌한 반란을 시작합니다

DREAM HIGH THINK BIG ACT NOW

아주대학교가
큰 인재, 큰 사회를 만드는
“유쾌한 반란”사업을 시작합니다


AU

“도전”

아주대학교의 도전 정신

파란학기제

아주대학교 도전학기 프로그램

아주 도전학기 프로그램_파란학기제

학생이 자기주도적으로 도전 과제를 설계, 실천해 학점을 받는 학기제. 하고 싶은 것을 스스로 찾는 도전을 장려하기 위함이다. 아주대의 상징색인 파란(아주블루)색에서 따온 이름으로 알(자신의 틀)을 깬다라는 ‘파란(破卵)’과 이런 시도를 통해 사회에 신선한 ‘파란(波瀾)’을 일으키자는 뜻도 담았다.

찾을 때 까지, 시작할 때 까지_First Job Promise

아주대생의 첫 직업이나 직장에 대해 “학교가 공동으로 책임진다”라는 철학을 담아 만든 취업지원 프로그램. 학교는 졸업생에 대해서도 취업할 때까지 책임감을 갖고 각 학생별 미취업의 원인을 진단해 적정한 솔루션과 지원을 제공한다.

세계로 가는 유쾌한 반란_Global Internship

인턴제도의 국제화를 연다. MBW, CKP(미국 최대 아시아계 회계법인), H마트(미국 최대 아시아계 마트)부터 KOTRA, World-OKTA(세계한인무역협회) 등 글로벌 기관까지 망라해 최대 1년의 국제업무 기회를 제공한다. 현지 취업을 넘어 창업까지 아주인의 세계 무대를 넓히고 있다.

“배려”

아주대학교의 배려 정신

AFTER YOU

작은 배려, 큰 사회_“AFTER YOU” 프로그램

어려운 환경 탓에 해외연수의 기회를 갖기 어려운 학생들에게 글로벌 교육경험을 제공하는 프로그램이다. ‘사회적 이동성(Social mobility)’의 가치를 아주대 울타리를 넘어 확산하고자 다른 대학의 학생들도 참여시킨다. 소요 비용은 ‘AFTER YOU’의 뜻에 공감하는 외부 모금을 통해 마련한다.

인생, 체온이 있는 스승과 함께 풀자_유쾌한 멘토링

아주대생이면 누구나 인생의 멘토를 얻을 수 있다. 다양한 분야의 전문가들로 구성된 멘토단이 학생들의 진로, 연애 등 여러 고민에 대해 상담하고 조언한다. 1:1 심층 멘토링과 1:多 그룹 멘토링으로 나뉜다.

Save Our Student_아주희망 SOS

학업을 중단해야 할 정도로 갑작스럽고 큰 어려움에 직면한 학생들을 위해 마련한 긴급 자금지원 프로그램이다. 도움이 필요한 학생은 언제든지 비밀게시판을 통해 신청할 수 있고 타인의 추천에 의해서도 신청 가능하다. 대상자에게는 최대한 신속히 자금 지원이 이뤄진다.

“상생”

아주대학교의 상생 정신

SeeNERGY

만나자, 알자, 커가자_SeeNERGY

아주대, 지역주민, 주변 상권이 서로 협력해 새로운 상생 커뮤니티를 만들어간다. 뿐만 아니라 판교·광교 테크노벨리 등 경기도 소재 기업들과 함께 아주연구마을을 조성해 우리나라 미래 먹거리 기술을 공동개발한다.

다름과 다름이 만나서 더 좋게_AU Good Friends

학교 주변 업체들이 아주대 장애 학우를 아르바이트 채용 시 임금의 일부를 학교가 지원한다. 장애 학우에게 일방적으로 도움을 주는 것이 아니라 다름과 다름이 만나 더 나은 세상을 함께 열어가는 보다 높은 차원의 지역 상생 캠페인이다.

함께, 더 큰 하나로_One Korea

남북 접경도인 경기도 대표 대학으로서 통일과 통일 이후의 국가 발전을 모색하고 준비해 나간다. 통일연구소를 통해 통일 이후 북한 재건을 위한 분야별 연구를 실시한다. 경기도와 손잡고 통일 교육 및 연수와 탈북자 대상 창업 지원사업 등을 실시해 남북 상생의 길에 앞장선다.

- 판교IT벨트
- CJ블로썸파크
- 광교 바이오벨트
- 수원-기흥삼성전자

경기과학벨트

광교신도시

아주대역
개통

1973

AJOU LOCATION PREMIUM

경기과학벨트 산학중심대학

> 성안의 고고함을 동경하지 마라!
> 세상은 언제나 저잣거리에서 일낸다.

AJOU UNIVERSITY

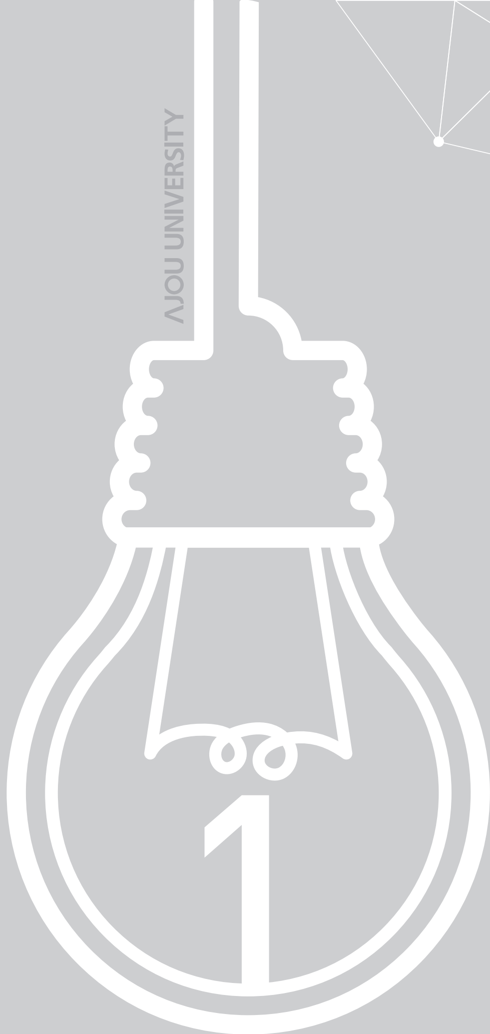
강남역~아주대역 **34분**

아주대 2017학년도 논술자료집

AU

CONTENTS

AJOU UNIVERSITY



2017 논술고사 모집인원

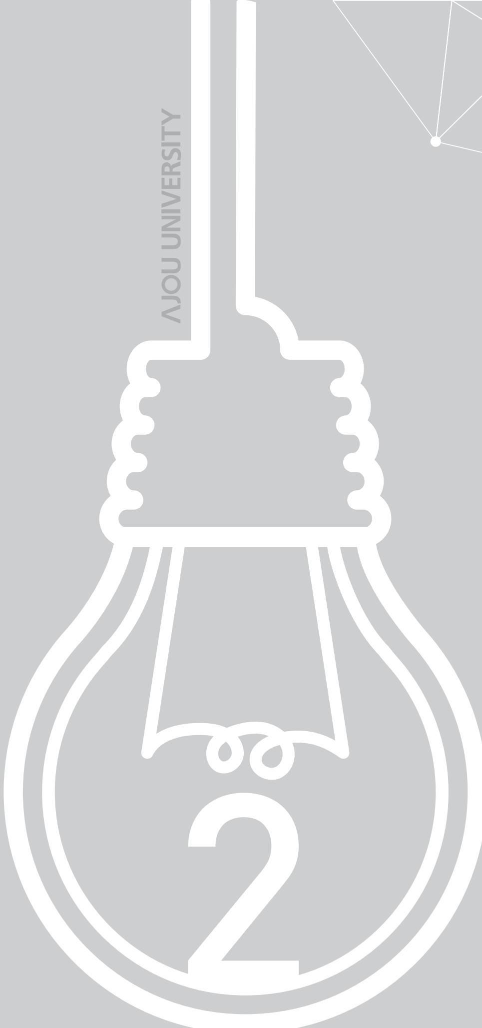
AU
1973
AJOU UNIVERSITY

논술 고사모집인원

계열	대학	모집단위	수시 모집 인원 (정원내)	논술 위주	학생부 교과	학생부 종합						실기위주	
				일반 전형1 (논술)	학교 생활 우수자 전형	아주 ACE 전형 (일반)	아주 ACE 전형 (고른 기회)	과학 우수 인재 전형	글로벌 우수 인재 전형	국방 IT 우수 인재 전형1	특수 교육 대상자 특별 전형	외국어 특기자 전형	체육 우수 인재 전형 (축구)
자연계열	공과대학	기계공학과★	99	30	34	20	5	10					
		산업공학과★	61	20	20	10	3	8					
		화학공학과★	27	10	5	5	2	5					
		신소재공학과	28	8	8	6	2	4					
		응용화학생명공학과	53	16	16	10	3	8					
		환경안전공학과★	27	5	6	13		3					
		건설시스템공학과★	27	10	12	5							
		교통시스템공학과	24	8	9	5		2					
		건축학과★◇	55	15	15	21		4					
	정보통신대학	전자공학과★	154	60	40	30	6	18					
		소프트웨어학과★	79	22	21	18	4	14					
		사이버보안학과	29	8	10	6	1	4					
		미디어학과											
		미디어콘텐츠전공	41	10	14	8	3	6					
		소셜미디어전공	28	8	10	4	2	4					
		국방디지털융합학과								20			
	자연과학대학	수학과	29	10	8	9		2					
		물리학과	24	7	8	7		2					
		화학과	27	8	10	6	3						
		생명과학과	34	7	7	14	3	3					
	의과대학	의학과	28	16		12							
	간호대학	간호학과♠	46	17	18	8	3						
	Total		920	295	271	217	40	97	-	20	-	-	-
인문계열	경영대학	경영학과	73	12	25	15	6		15		2		
		e-비즈니스학과	15	10	5								
		금융공학과	20	5				15					
	인문대학	국어국문학과	23	5	10	8					1		
		영어영문학과♠	47	8	12	12	3				1	12	
		불어불문학과♠	21	3	3	5					1	10	
		사학과	20	5	6	6			3		1		
		문화콘텐츠학과	20	5	6	4	2		3				
	사회과학대학	경제학과	39	10	10	10	3		6		1		
		행정학과	33	8	10	8	3		4		1		
		심리학과	32	8	8	10	2		4		1		
		사회학과	21	5	6	8			2		1		
		정치외교학과	21	5	6	8			2				
		스포츠레저학과	12										12
	Total		397	89	107	94	19	15	39	0	10	22	12
Total			1,317	384	378	311	59	112	39	20	10	22	12

※ 국방디지털융합학과는 공군 계약학과로서 정원외로만 선발함, 국방IT우수인재전형1, 특수교육대상자특별전형은 정원외임
※ 건축학과의 건축학전공은 5년제, 건축공학전공은 4년제로 학사 운영함
※ 수시모집 미충원 인원은 정시모집에 이월하여 선발함[모집인원은 추후 변경될 수 있음]

- ♠ : 교직과정이 설치된 전공이며, 2학년 진급 시 교직이수자를 선발함
  - 교직이수 인원: 간호학과(4명), 영어영문학과(6명), 불어불문학과(3명)[추후 변경될 수도 있음]
- ★ : 공학교육 전문과정을 운영하는 전공으로 해당 전공 학생은 공학교육 전문과정을 반드시 이수하여야 함(단, 건축학과는 건축공학전공만 해당). 단, 공학교육 전문과정을 이수하지 않을 경우 제1전공 이외에 복수전공 또는 부전공을 이수해야 함
- ◇ : 건축학과 건축학전공(5년제)은 건축학인증 전문과정을 운영하는 전공으로 해당 전공 학생은 건축학인증 전문과정을 반드시 이수하여야 함



2017 논술고사
주요사항 및 출제경향

1973
AJOU UNIVERSITY

논술 주요사항 및 출제경향

평가방법

1 반영비율[기본점수 없음]

전형	학생부 교과	논술	반영단계
일반전형1(논술)	40%	60%	일괄

※ 모집인원에 상관없이 적절한 학력수준에 미치지 못한다고 판단될 경우 입학사정회의의 결정으로 합격자를 선발하지 않을 수 있음

2 학생부 평가방법

가. 반영교과 및 반영비율[학생부 기준일: 2016. 8.31(수)]

구분	국어	수학	영어	사회	과학	반영과목
자연계열, 금융공학과	20%	30%	30%	-	20%	반영교과 이수 전과목
인문계열	30%	20%	30%	20%	-	

※ 금융공학과는 자연계열 기준(국어, 영어, 수학, 과학)으로 학교생활기록부 교과목을 반영함
※ 반영 학년별 해당 교과 이수과목이 전혀 없는 경우 해당 교과 성적을 0점으로 처리함
※ 계열은 본교 모집단위의 계열을 의미하며, 해당 계열의 반영비율을 적용함
※ 유사 과목의 경우 별도 심의를 통해 반영할 수 있음

나. 학년별 반영비율: 1학년 20%, 2~3학년 통합 80%
※ 조기졸업(예정)자는 1학년 20%, 2학년 80%

다. 학생부 점수산출 활용지표: 과목별 석차등급

라. 반영방법: 학생부 과목별 등급점수에 이수단위 및 반영비율을 적용하여 산출

- 교과영역만 반영
- 학생부 등급점수

구분	1등급	2등급	3등급	4등급	5등급	6등급	7등급	8등급	9등급
등급점수	10.0	9.9	9.8	9.5	9.0	8.5	7.5	6.5	0.0

- 성적산출방법 예시(입학처 홈페이지 및 원서접수 페이지에서 학생부 성적산출 프로그램을 통해 확인 가능)

• 총점(40점)
= {1학년[Σ(교과별 평균등급점수 x 교과별 반영비율)]x0.2 +
2~3학년[Σ(교과별 평균등급점수 x 교과별 반영비율)] x 0.8} x 4

$$* \text{ 교과별 평균등급점수} = \frac{\Sigma(\text{과목별 이수단위} \times \text{등급점수})}{\Sigma(\text{과목별 이수단위})}$$

마. 비교내신 기준

검정고시 합격자, 외국 고등학교 출신자 등 학생부가 없거나 학생부 과목별 등급산출이 불가능한 자의 경우 논술고사 성적을 활용하여 비교내신 성적 산출

3 논술유형

1) 자연계열(의학과 제외): 수리논술 ※ 금융공학과는 수리논술을 실시함
2) 자연계열(의학과): 수리논술 + 과학논술(생명과학)
3) 인문계열: 통합논술(언어 · 사회 분야)

4 논술 출제경향

계열	출제경향
자연계열(금융공학과 포함) [수리논술]	• 수리적 분석력, 응용력, 창의력을 측정하는 문제 출제 • 고교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생의 경우 해결할 수 있는 수준의 다양한 수학적 주제를 다룸 • 답이 틀려도 풀이과정이 옳으면 상당한 부분점수를 부여함 • 공식을 암기하여 풀 수 있는 문제는 출제하지 않음 • 영어 제시문은 출제하지 않음
의학과 [수리논술 + 과학논술(생명과학)]	• 수리논술: 수리적 분석력, 응용력, 창의력을 측정하는 문제 출제 • 과학논술: 자연과학적 분석력, 응용력, 창의력을 측정하는 문제 출제 • 답이 틀려도 풀이과정이 옳으면 상당한 부분점수를 받을 수 있음 • 공식을 암기하여 풀 수 있는 문제는 출제하지 않음 • 영어 제시문은 출제하지 않음
인문계열 [통합논술(언어 · 사회)]	• 고교 교육과정을 정상적으로 이수한 수험생이라면 해결할 수 있는 수준의 문제 출제 • 요약형 혹은 비교·대조형 문제와 통합형 문제 출제 • 요약형 문제의 경우 수험생 본인의 의견을 더하지 않고 제시문에서 소주제문들을 간추려 한 편의 글이 되도록 요약하는 능력을 측정 • 비교·대조형 문제의 경우 제시문들의 주제나 논점을 중심으로 그 유사점·차이점을 한 편의 글이 되도록 기술하는 능력을 측정 • 통합형 문제의 경우 3~5개의 독립된 제시문들을 주고 그 지문들을 서로 연결하는 논리력과 통합적 사고력을 측정(제시문들은 인문/사회분야를 비롯한 범교과 과정에서 골고루 취함) • 영어 제시문은 출제하지 않음

5 논술문제 출제 문항수 및 답안 분량

계열	문항수 및 답안 분량
자연계열(금융공학과 포함) [수리논술]	• 출제 문항수: 2문항(문항별 세부문제 3문제 내외 출제) • 답안 분량: 문항별 A3 2page 이내
의학과 [수리논술 + 과학논술(생명과학)]	• 출제 문항수: 2문항(문항별 세부문제 출제), 답안 분량: 문항별 A3 2page 이내
인문계열 [통합논술(언어 · 사회)]	• 출제 문항수: 2문항(문항별 세부문제 2문제 내외 출제) • 답안 분량: 요약형 문제 및 비교 · 대조형 문제(800자 내외), 통합형 문제(800자 내외)

6 논술시험시간: 120분

전형요소

1 지원 자격

- 2015년 2월, 2016년 2월 고교졸업자 및 2017년 2월 고교졸업예정자[조기졸업자 포함] 또는 2014년 1월 1일 이후 검정고시 합격자

2 모집단위 및 모집인원: 384명[모집단위별 모집인원은 ii 페이지 참조]

3 수능최저학력기준

모집단위	수능최저학력기준
전체 (의학과 제외)	없음(단, 모집계열에 맞추어 수능을 응시해야 함) - 자연계열: 국어, 수학(가), 영어, 탐구(과탐) - 인문계열: 국어, 수학(나), 영어, 탐구(사탐)
의학과	국어, 수학(가), 영어, 탐구(과탐) 중 3과목 1등급 이내

※ 탐구영역은 2과목 등급의 평균을 적용함

4 논술고사 일정

일시		대학	모집단위
2016.11.26. (토)	10시	공과대학, 금융공학과	기계공학과, 산업공학과, 화학공학과, 신소재공학과, 응용화학생명공학과, 환경안전공학과, 건설시스템공학과, 교통시스템공학과, 건축학과, 금융공학과
	15시	정보통신대학 자연과학대학, 의과대학 간호대학	전자공학과, 소프트웨어학과, 사이버보안학과 미디어콘텐츠전공, 소셜미디어전공, 수학과, 물리학과, 화학과 생명과학과, 의학과, 간호학과
2016.11.27. (일)	10시	경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회과학대학	경영학과, e-비즈니스학과, 국어국문학과, 영어영문학과, 불어불문학과, 사학과, 문화콘텐츠학과, 경제학과, 행정학과, 심리학과, 사회학과, 정치외교학과

5 전형료: 65,000원

6 제출서류: 없음

제출서류	비고
학교생활기록부 1부	인터넷 원서접수 시 학생부 온라인 제공에 동의(별도제출 필요 없음) ※ 단, 학생부 온라인 제공에 동의하지 않거나 학생부 온라인시스템 미설치 고등학교 출신자는 학생부를 2016. 9. 22.(목)까지 제출하여야 함(마감일 우체국 소인분까지 인정하며 등기우편, 택배 제출 가능)
국외 고등학교 성적 · 졸업증명서 1부 (해당자)	국외 고등학교 졸업자 및 일부 교육과정 이수자에 한함 (2016. 9. 22.(목)까지 제출)
조기졸업(예정)증명서 1부(해당자)	조기졸업(예정)자에 한함(2016. 9. 22.(목)까지 제출)
검정고시 합격증명서 1부(해당자)	검정고시 합격자에 한함(2016. 9. 22.(목)까지 제출)

※ 국외고등학교 졸업자 및 일부교육과정 이수자 중 최종등록자는 성적증명서 및 졸업증명서에 대해 아포스티유 또는 영사확인을 받아 2017. 2. 20.(월)까지 입학처로 제출해야 함

※ 개명, 주민등록번호 변경은 주민등록초본을 동봉하여 제출하여야 함, 서류 미제출자는 입학사정에서 제외함

AJOU UNIVERSITY

3

2016학년도 논술고사 합격생의 ‘나만의 합격 비법’

AU
1973
AJOU UNIVERSITY

2016학년도 논술고사 합격생의 '나만의 합격 비법'(자연계열)

물리학과 16학번 성주영

1 해당 전공에 지원한 이유는?

고등학교 때 배운 과학 과목 중에 가장 매력적이고 흥미 있는 과목이 물리였습니다. 배울 때는 어렵지만 내용을 이해하고 나서 성취감을 느낄 때 가장 좋았습니다. 또한 다른 과목처럼 내용과 용어를 암기해야 하는 것이 아닌 원리를 이해하고 직접 식을 세우고 푸는 방법으로 공부하는 것도 저에게 가장 잘 맞았던 것 같습니다. 자연스럽게 물리에 빠지게 되다 보니 대학교에 가서도 물리에 대해 더 깊이 있는 공부를 해보고 싶다 생각했고 아주대학교 물리학과에 지원하게 되었습니다.

2 해당 전형을 준비한 이유는?

주어진 시간 내에 얼마나 정확히 문제를 푸는 지, 얼마나 더 꼼꼼하게 암기하였는지를 평가하는 내신 시험은 저에게 가장 큰 장애물이었습니다. 암기과목을 공부할 때 구석구석 꼼꼼하게 외우는 것을 싫어했고 실제 시험을 볼 때 생각하는 시간이 많아서 주어진 시간 내에 문제를 풀지 못하는 경우가 많이 발생하였을 뿐만 아니라 정말 간단한 계산 실수도 항상 있었기 때문에 저의 내신 성적은 정말 형편없었습니다. 하지만 저는 주어진 시간 내에 많은 문제를 신속히 푸는 것은 잘 못하였지만 많은 시간이 주어진다면 남들이 풀지 못하는 어려운 고난이도 문제 푸는 것을 더 잘했고 어려운 문제를 풀기 위해 도전하는 것을 좋아했습니다. 이러한 저의 특성을 고려하여 고등학교 3학년 때 담임 선생님이 추천해주신 전형이 논술전형이었습니다. 저의 내신 성적으로 아주대학교에 지원하기에는 부족했지만 논술 전형으로는 꼭 합격할 수 있을 것이라고 하셨습니다. 그 후 계속 논술 공부에 매진하였고 아주대학교 물리학과에 논술 전형으로 최종합격 할 수 있었습니다.

3 해당 전형을 준비하기 위한 나만의 노력은?

논술전형은 일반 내신 시험과는 전혀 다릅니다. 내신 시험에서는 문제 푸는 방법을 정확히 숙지하고 잘 외웠는지를 평가하는 것이라면 논술에서는 왜 그렇게 나왔는지 부터 설명 할 수 있어야 합니다. 저는 수리논술에서 가장 중요한 요소가 기초부터 탄탄해야 한다고 생각했기 때문에 제일 먼저 수학 교과서부터 펼쳐보았습니다. 수학 교과서에 나와 있는 공식들을 하나씩 다 유도해 보았고 정말 아주 기초적인 개념도 한번 씩 짚고 넘어갔습니다. 그리고 스스로에게 "왜 이렇게 나왔을까?"라는 질문을 던져보며 공식만 암기하는 공부가 아닌 그 원리에 대해서도 생각해보는 깊이 있는 공부를 하였습니다. 또한 저는 논술 전형을 준비하면서 수능준비도 같이 하였는데 평소 모의고사 기출문제나 문제집의 문제들을 풀면서 연습장에 낙서하듯이 푸는 것이 아닌 식 하나하나 한 줄 씩 정리하면서 풀며 논술 답안 작성 방법을 익히는 연습을 하였습니다. 마지막으로 아주대학교 홈페이지에 나와 있는 기출문제와 모의논술기출문제를 풀어보며 학교에서 출제하는 논술 문제의 유형을 익혔고 직접 고사장에 가서 실제로 시험을 보는 모의논술도 많이 참가하여 논술시험의 실제 환경을 경험해보기도 하였습니다.

4 아주대의 좋은 점

1) 선배가 후배들을 정말 잘 챙겨주고 동기들끼리도 서로 화목하게 잘 지냅니다. 처음 보면 다들 어색해하지만 시간이 좀 지나면 캠퍼스에 새로 사귄 친구들과 무리 지어 다니는 모습을 많이 볼 수 있습니다.
2) 봄이 되면 정말 아름다운 캠퍼스의 모습을 보고 감동합니다. 수많은 벚꽃나무 사이를 걸어 다니면 힐링 되는 기분을 느낄 수 있습니다.
3) 교환학생으로 해외에 나가 공부할 수 있는 기회가 많이 있고 조건이 까다롭지 않기 때문에 주변에 교환학생을 다녀온 사람들을 많이 볼 수 있습니다. 저 또한 2학년 때쯤 교환학생을 다녀올 계획을 가지고 있습니다.
4) 학교 앞에 맛집들이 정말 많아 점심시간마다 맛집을 검색해 찾아 다니는 재미가 있습니다.
5) 교통이 편리합니다. 올해 신분당선이 연장 개통되어 아주대역이 새로 신설됨으로써 서울에서 통학하는 학생들도 편하게 등교할 수 있습니다.

5 예비 아주인에게 하고 싶은 말

대학교에 입학하기 위한 가장 중요한 요소는 선택과 집중이라고 생각합니다. 자신에게 맞는 전형을 신중하게 선택하고 그 전형에만 집중하는 것이 가장 중요하다고 생각합니다. 또한 고등학교 3학년 때 담임 선생님께서 항상 “행운의 여신은 항상 노력한자에게 미소 짓는다.”라고 말씀하신 것이 아직도 기억납니다. 저도 내신 성적이 좋지 않아 중간에 포기하고 싶은 적도 많이 있었지만 다른 누구보다도 열심히 노력했기 때문에 제가 원하는 목표를 이루었다고 생각합니다. 그렇기 때문에 예비 아주인 여러분들도 끝까지 포기 하지 않고 원하는 목표에 이루려는 노력을 한다면 꼭 성공할 수 있을 것입니다. 화이팅!

2016학년도 논술고사 합격생의 '나만의 합격 비법'(자연계열)

수학과 16학번 김건호

1 해당 전공에 지원한 이유는?

저는 어릴 적부터 수학 문제를 풀거나 계산하는 것을 정말 좋아했습니다. 하지만, 수학 학문 자체를 좋아하는 것은 아니었고, 고등학교 2학년 때까지의 제 꿈은 수의사였기에 수학이라는 학문을 공부하기 위해 수학과에 진학할 생각은 전혀 해본 적이 없었습니다. 그리고 고등학교 3학년이 되면서 수학을 제외한 다른 과목에 대해서는 흥미도 거의 없었고, 공부를 좋아하거나 잘하는 것도 아니었습니다. 그러다 보니 자연스럽게 수학 외의 과목의 성적은 당연하게도 좋지 않은 편이었고, 수학 성적만은 다른 과목에 비해 높았기에 점점 수학이라는 과목이 더 이상 문제 풀이만 좋은 것이 아니라 수학이라는 학문 자체에 흥미를 느끼기 시작하게 되었습니다. 그러면서 수학과에 진학하고 싶은 마음이 생겼고, 수학과에 지원하게 되었습니다.

2 해당 전형을 준비한 이유는?

앞에서 말씀 드렸듯이 수학을 제외한 다른 과목의 내신 성적이며 모의고사 성적은 전혀 좋은 편이 아니었고, 수학 과목만이 높은 성적을 유지했습니다. 그로 인해 다니던 수학학원의 선생님께서 논술이라는 전형을 추천해 주셨고, 아주대학교 등 일부 학교의 논술 전형의 경우 수리논술만을 요구하는 곳이 있었습니다. 이를 계기로 작년 4월부터 논술 전형에 대해 준비하게 되었고, 귀납적 사고력과 논리적인 풀이를 요구하는 논술 전형은 수학을 좋아하던 저에게는 정말 흥미로웠고, 전혀 어려움이 느껴지지 않았습니다.

3 해당 전형을 준비하기 위한 나만의 노력은?

논술 전형을 준비하는 학생들은 저 뿐만 아니라 대부분이 학교별 기출문제나 예비문제들을 풀었을 것이라고 생각합니다. 논술 문제 자체가 각 학교의 교수님들께서 출제하시므로 교수님들의 전공이나 성향이 반영되기 쉬워서 기출문제와 유사한 문제가 나오기 쉽기 때문입니다. 또한, 고등학교 수준의 성취도에서는 문제의 난이도나 출제범위가 한정되어 있기 때문에 유형별로 문제를 풀어보는 것도 좋다고 생각합니다. 저의 경우 이번 논술 고사 직전에 기출문제와 예비문제 뿐만 아니라 제가 직접 문제 유형을 예상해보았습니다. 그 결과 첫 번째 문제가 예상 유형에서 나왔고, 그 문제를 쉽게 풀 수 있었습니다. 또한, 논술 전형의 경우 여러 유형에 익숙해지는 것이 가장 중요하다고 생각합니다. 이 전형은 수능과 별개로 준비하고, 많은 시간을 투자해야 하므로 부담이 될 수도 있습니다. 하지만 저의 경우 논술 전형이 최선이었기에 꾸준히 준비했고 그 결과 최초합격이라는 좋은 소식을 받게 되었습니다.

4 아주대의 좋은 점

1) 매년 학기 초마다 대학교의 좋지 않은 풍습에 대해 많은 비난들이 있습니다. 하지만 아주대학교의 경우는 잘 챙겨주시고, 좋은 조언과 학교생활에 유용한 정보들을 많이 주시는 좋은 선배들이 정말 많습니다!

2) 수험생 기간에 벚꽃을 많이 못보셨죠..? 아주대학교는 벚꽃이 너무 예뻐서 멀리서도 많은 분들이 찾아와 주실 정도입니다.
3) 저는 축구를 별로 좋아하지는 않지만 아주대학교의 축구는 정말 유명합니다! (안정환 선수도 아주대 출신이십니다)
4) 경사가 심한 학교들이 많습니다. 하지만 아주대학교는 평지는 아니지만 경사가 매우 완만해서 지각을 해도 부담 없이 뛰어갈 수 있어요
5) 아주대학교는 학식이 정말 맛있어요! 특히 팔달관의 김치말이국수는 정말 유명한 별미에요!
6) 아주대학교가 아시아 주립대학교의 약자라는 소문이 있죠. 그만큼 외국인들도 많고 최근에 신설된 국제학사의 경우는 외국인들과 같은 방을 쓰면서 친해질 기회가 많습니다.
7) 저는 아직 겪어보지는 않았지만 선배들의 말씀에 의하면 축제가 정말 재미있고, 즐길 거리도 많다고 합니다! 특히 자연과학대학의 소학회 '늑대야'의 공연은 명물이죠!
8) 아주대학교에는 지도 교수제도가 있어서 지도교수 1인당 3~4명을 배정받아 교수님들과 가까워질 기회도 많고, 잘 챙겨주시는 분들이 정말 많습니다.
9) 아주대학교에는 잘생긴 남학우 분들과 예쁜 여학우 분들이 정말 많습니다! 아주대학교에 오셔서 캠퍼스의 로망이라는 cc가 되시길 빕니다!

5 예비 아주인에게 하고싶은 말

논술 전형이 아니더라도 수학 공부를 할 때는 문제를 풀려고만 하지 말고 문제의 유형을 파악하는 것이 가장 중요합니다. 공식의 경우에도 단순히 암기하는 것이 아니라 공식을 증명하고 유도해보는 것이 공부에도 많은 도움이 되고, 논술 전형 준비에 있어서도 정말 유용합니다. 실제 공식을 증명하는 문제가 출제되기도 하니까요! 저 같은 경우는 수시원서 6군데 모두 논술 전형으로 수학과에 지원했습니다. 그만큼 수학 공부를 많이 했고, 많은 문제와 유형을 보았습니다. 그래도 수학이 재미있었기에 저의 수험생활은 힘들지 않았다고 생각합니다. 혹시 성적에 맞춰서 과를 선택하신다면 추천해드리고 싶지 않습니다. 제 친구들도 그렇고 일부 동기들도 그렇고 성적에 맞춰서 과를 선택한 경우 많은 학생들이 힘들어 합니다. 꼭 본인이 원하는 과를 가야 하는 건 아니지만 신중한 선택을 하셨으면 좋겠습니다. 수험생 여러분들도 꾸준히 노력하시면 누구든 좋은 결과가 있으리라 믿습니다. 아주인이 되셔서 함께 학교를 다니면 좋겠네요!

2016학년도 논술고사 합격생의 '나만의 합격 비법'(인문계열)

경영학과 16학번 김혜진

1 해당 전공에 지원한 이유는?

저는 청소년기에 제가 정확히 무엇을 하고 싶은지, 장래에 어떤 직업을 가지고 살고 싶은지 정하지 못했습니다.

그런 와중에 고3 수시지원시기가 왔고, 나중에 무슨 일을 하더라도 도움이 될 것 같은 학과, 제가 흥미가 있는 학과를 선택하게 되었습니다. 경영학과는 나중에 제가 무슨 일을 하더라도 도움이 크게 될 것이라고 생각했고 평상시에 광고와 같은 마케팅에 관심이 있었기 때문에 지원하게 되었습니다.

2 해당 전형을 준비한 이유는?

제 출신 고등학교는 사립고등학교로, 저희 지역 내에서는 학업이 우수하기로 손꼽히는 학교였습니다. 하지만 아쉽게도 제 학업능력은 동급생들에 비해 좋은 편이 아니었기에 내신 성적이 좋은 편이지 못했습니다. 저는 내신 점수보다 모의고사 점수가 더 잘나오는 그런 학생이었습니다. 입시는 현실이고 제가 시작하는 새로운 사회생활의 첫걸음 이었기 때문에 현실적으로 저에게 유리한 전형을 찾게 되었습니다. 저는 고등학교 때 시사토론동아리를 했었습니다. 그렇기에 다른 사람들에 비해 비판적, 논리적 사고를 하는 데에 익숙하고 저만의 방식이 존재했습니다.

즉, 저는 저의 현실적인 성적문제와 제가 평상시에 가지고 있던 강점을 고려하여 입시 전형을 논술 전형으로 택하게 되었습니다.

3 해당 전형을 준비하기 위한 나만의 노력은?

저는 다른 학생들에 비해 논술공부를 늦게 시작하였습니다. 다른 학생들은 보통 고등학교 2학년 때부터 준비했던 반면 저는 겨우 고등학교 3학년 여름 방학 때부터 준비하기 시작하였습니다. 그렇기에 저는 더 절실했습니다.

입시의 문이 얼마나 좁은지 알게 되었고 다른 사람들보다 늦게 시작했다는 생각에 저는 더 절실했고 절박했습니다.

그래서 매번 논술을 쓸 때 최선을 다해 포기하지 않고 아는데 한에서는 열심히 작성하였습니다. 그리고 피드백을 받을 때마다 바로바로 고치려고 노력했습니다. 선생님들이 해주시는 쓴 소리를 단순한 잔소리라 생각하지 않고 마음으로 받아드리고 그것을 노력하여 글에 녹여내기 위해 노력 또 노력했습니다.

그리고 논술 실전 시험을 보러 갈 때에는 무리하게 많은 것을 보려고 하지 않고 제가 해당학교의 논술 중에서 제일 잘 쓴 거 하나,그리고 시험 전날 저 스스로에게 썼던 편지를 들고 가서 시험 전에 읽어보고 자신감을 가지고 시험을 보았습니다.

4 아주대의 좋은 점

역시 아주대하면 생각하는 것은 인성 좋은 사람들입니다.정말 동기들,선배님들 모두모두 정말 좋은 사람들입니다.물론 아직 대학교를 들어오지 않은 학생들은 '학교의 자랑이 겨우 좋은 인성이야?'라고 생각할지도 모릅니다. 하지만 SNS를 하는 학생들은 알 것입니다. 대학교에서 인성 좋은 사람들을 만나는 것이 그리 쉬운 일은 아니란것을. 아주대에 오면 정말 즐겁게 여러 사람들과 어울려 대학 생활을 할 수 있습니다.

그리고 개인적으로 생각하는 두 번째 장점은 영어와 관련있는 것들입니다.일단,일주일에 두 번 원어민 교수님께 영어를 배웁니다.수업시간에는 영어 밖엔 사용을 하지 못합니다. 그렇기에 자연스럽게 중,고등학생 시절에는 기를 수 없었던 영어 회화 능력을 기를 수 있습니다.원어민 교수님들이 수업을 어렵게 하시지 않기 때문에 영어를 잘 하지 못하더라도 알아들을 수 있습니다.그리고 외국에서 살다 온 영어에 능숙한 학생들을 위한 고급반 또한 마련되어 있습니다.

영어와 관련해서 아주대의 또 다른 장점은 무료 토익 스피킹시험입니다.저희 학교는 졸업요건으로 토익 스피킹 능력이 있습니다.거기에 맞게 학교에선 무료로 토익 스피킹을 볼 수있게 해줍니다.학생들은 무료로 자신의 영어 스피킹 실력을 정기적으로 확인 할 수 있습니다.

또다른 아주대의 장점은 활성화 된 소학회입니다. 소확회는 동아리와 비슷하지만 규모가 더 크고 학술적인 성향이 강하다는 차이가 있습니다.이런 학생회는 아주대에 다양하게 존재하고,각 소학회가 가진 특성과 장점이 뚜렷합니다 .그렇기에 자신의 성향에 맞춰 소학회를 가입하면 정말 뜻 깊은 대학생활을 보낼 수 있습니다.소학회중에서는 지역소학회라는 것도 있는데,이것은 저희 학교가 나라로부터 지원금을 받아 활동하게 되는 소학회입니다. 즉,학생들이 열심히 하면 학교,나라의 지원금으로 지역연구를 다녀올 수 있는것입니다. 소학회를 통해선 정말 뜻깊은 다양한 경험들을 할 수 있습니다.

5 예비 아주인에게 하고 싶은 말

일단. 자신의 내신이 어떻든, 모의고사 점수가 어떻든 수시를 무시하지 않았으면 좋겠습니다. 저도 고등학교 1,2학년 때까지는 모의고사 점수가 내신점수보다 훨씬 좋기에 무조건적으로 정시를 통해서 대학교를 가야겠다고 생각했습니다. 하지만 고3이 되니 현실은 그렇지 못했습니다. 정시보단 수시를 통해서 대학을 가야 하는게 현실이었습니다. 그리고 시간이 지나면서 수시규모는 커지는 반면 정시규모는 작아지고 있습니다. 그렇기에 저는 진심으로 예비 수험생분들에게 정시보단 수시를 우선적으로 생각하고 공부하시는 게 좋다고 충고해드리고 싶습니다.

그리고 불투명한 목표와 미래 때문에 불안해하지 않았으면 좋겠습니다. 저 또한 고등학교 내내 정말 가고 싶은 대학을 못 정하고, 하고 싶은 일을 정하지 못했다는 점에 불안해하고 많은 고민들을 했습니다. 하지만 시간이 지나고 보니 불안해하며 공부에 집중하지 못했던 게 너무 후회가 됩니다. 대학은 솔

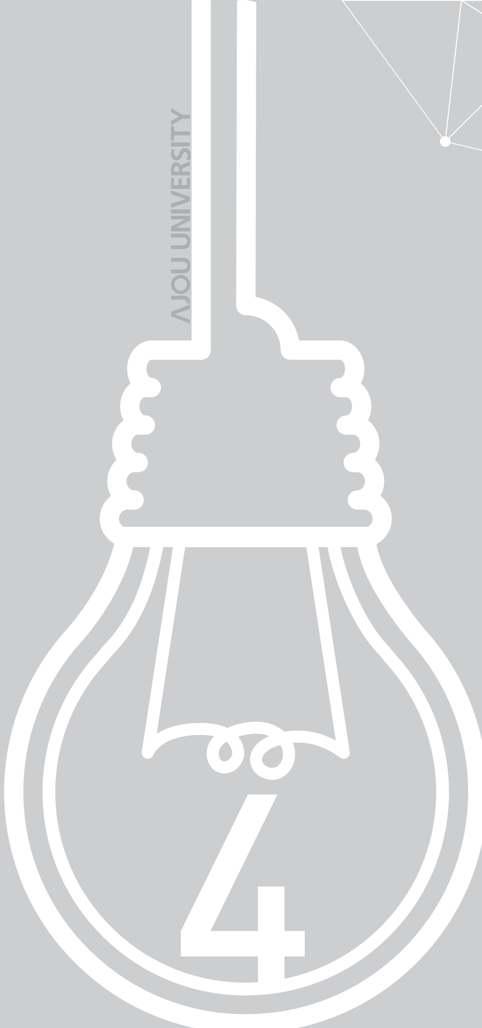
직히 말하면 어찌어찌하든 가게 됩니다. 입시가 당장 여러분들에게 엄청나게 큰 벽이라고 여겨지겠지만 막상 지나고 보면 약간은 허무하다고 느낄 정도로 금방 지나갑니다.그러니 어정쩡한 고민으로 시간을 허비할 바엔 그 시간에라도 공부에 좀 더 집중하고 한 페이지라도 더 보기 위해 노력하길 바랍니다.

그리고 논술을 준비하는 예비 아주인 여러분, 글 하나하나에 정성을 기울이길 바랍니다. 시간이 지날수록 '아 이번엔 열심히 안 써서 이런 거야'라는 핑계는 통하지 않습니다. 냉정하게 말해 그렇게 집중해서 정성들여 글을 쓰지 못하는 것도 여러분들의 능력입니다. 그리고 논술을 쓸 때에는 괜한 혹시나 하는 기대감에 부풀어 자신의 수준에 맞지도 않은 지나치게 높은 학교들의 논술을 쓰는 것은 시간 낭비라고 말해주고 싶습니다. 학교 수준이 높은 만큼 지문의 수준도 높아집니다. 자신에게 맞지 않는 학교의 논술 지문을 읽고 이해하지 못한다며 자괴감에 빠지는 건 스스로 무덤을 파는 꼴 밖엔 되지 않습니다.

아직은 많이 불안하고 뭘 어떻게 해야 할지 모르겠지만. 수험생의 시간은 생각보다 정말 짧습니다.

여러분들의 소중한 시간을 낭비하지 않고 효율적으로 쓰길 바랍니다.

전국의 모든 수험생들, 예비 아주인들 모두모두 파이팅!



2016 논술고사 기출문제, 모범답안, 채점기준

1973
AJOU UNIVERSITY

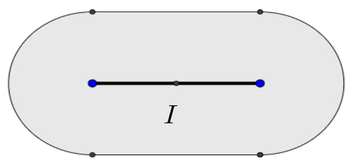
2016학년도 자연계열 기출문제
(오전 : 공과대학, 금융공학과)

[문항1]

다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 컴퓨터에서 글자폰트를 저장할 때, 문자를 그림의 형태로 저장하는 것 보다 문자의 골격만 저장해서 일정한 방식으로 되살리는 기법을 사용하면 훨씬 적은 저장용량을 사용할 뿐 아니라, 문자의 변형이나 확대 · 축소에도 용이하다. 골격으로부터 폰트를 되살리는 방법으로는 문자의 골격을 중심으로 적당한 두께를 가진 도형을 만드는 방식이 주로 쓰인다. 이를 수학적으로 이해해 보자.

점 P와의 거리가 1이하가 되는 점들의 집합을 $C(\mathrm{P})$라고 하고 평면상의 도형 F에 대하여 점 P가 F위를 움직일 때 $C(\mathrm{P})$가 지날 수 있는 영역을 $C(F)$로 표기하자. 예를 들어 F가 선분 I라면 $C(I)$는 [그림 1]과 같은 모양이 된다.

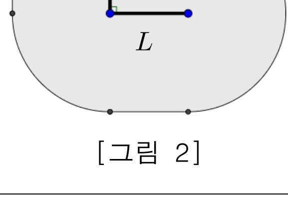


[그림 1]

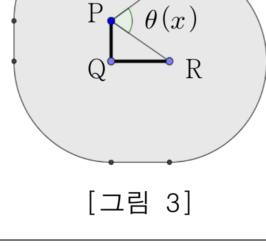
이때 $C(I)$의 둘레는 두 개의 선분과 두 개의 반원으로 이루어져 있다. $C(I)$의 둘레를 구성하는 두 선분은 I와 거리가 1인 평행선 상에 존재하고 그 길이는 I의 길이와 같다. 또한 $C(I)$를 구성하는 곡선은 I의 끝점 중 하나와의 거리가 1이므로 I의 끝점을 중심으로 하는 반원이 된다.

한편, 일반적인 도형 F에 대해서 $C(F)$의 둘레 위에 있는 점 P를 고정하였을 때, F위를 움직이는 점 Q에 대한 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값은 항상 1이다.

(나) 문자 ㄴ을 표현하기 위한 문자의 골격은 두 개의 선분이 수직으로 만나는 모양이다. 길이가 x, $1-x$ (단, $0<x\le\frac{1}{2}$)인 두 선분 $\overline{\mathrm{PQ}}$, $\overline{\mathrm{QR}}$이 점 Q에서 수직으로 만나서 생기는 도형 L를 중심으로 하는 $C(L)$을 생각하자. $C(L)$의 둘레의 모양은 x가 적당히 작은 값 일 때는 [그림 2]와 같이 세 개의 원호와 세 개의 선분으로 이루어진 모양이고, x가 적당히 큰 값 일 때는 [그림 3]과 같이 세 개의 원호와 두 개의 선분으로 이루어진 모양이다.

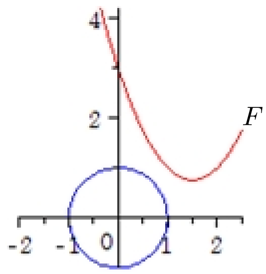


[그림 2]



[그림 3]

[문제 1–1] (10점) 평면상에서 식 $y=x^2-3x+3$을 만족하는 점들의 집합을 F라 하자. 점 P가 원점O를 중심으로 하는 반지름 1인 원 $C(\mathrm{O})$위를 움직이고 점 Q가 F위를 움직일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값을 구하시오.



[문제 1–2] (15점) 아주와 수시는 위 제시문을 읽고 다음과 같이 대화를 나누었다.

아주 :	문자 ㅁ을 만들기 위해선 사각형 모양의 도형 F가 필요해.
수시 :	그렇지. 도형 F가 사각형이라도 $C(F)$가 F의 내부를 덮어 버릴 수 있어서 항상 ㅁ형태가 되는건 아니지만 사각형 F에 대한 $C(F)$를 생각해 보는 건 재밌는 것 같아. 0보다 큰 x에 대하여 F가 한 변의 길이가 x인 내부가 비어있는 정사각형 이라면 $C(F)$의 넓이는 ____①____이 되어서 x에 따라 변하게 돼.
아주 :	이 경우에는 x가 증가할수록, 즉 F의 둘레의 길이가 길어질수록 $C(F)$의 넓이도 증가하겠구나. 일반적으로 ②<u>내부가 비어 있는 두 개의 닮은 직사각형 F와 G에 대해서 F의 둘레의 길이가 G의 둘레의 길이보다 길면 $C(F)$의 넓이가 $C(G)$의 넓이보다 크게 되는 것 같아.</u>
수시 :	맞아. 두 직사각형이 닮지 않았더라도 ③<u>내부가 비어 있는 두 직사각형 F와 G에 대해서 F의 둘레의 길이가 G의 둘레의 길이보다 길면 $C(F)$의 넓이가 $C(G)$의 넓이보다 크게 돼.</u>

(1) ①에 들어갈 식을 구하시오.
(2) 아주와 수시의 대화를 보고 ②, ③의 주장이 맞으면 증명하고, 틀리면 반례를 찾으시오.

[문제 1–3] (25점) 제시문 (나)에서 설명한 x에 대한 $C(L)$이 [그림 3]과 같이 그 둘레가 두 개의 선분과 세 개의 원호로 구성되는 경우를 생각하자. 이때 원호끼리 만나는 점을 S라 하고, 선분 $\overline{\mathrm{PR}}$과 선분 $\overline{\mathrm{PS}}$가 이루는 각은 x에 대한 함수로 쓸 수 있다. 이를 $\theta=\theta(x)$라 하면 θ는 $\frac{\pi}{4}$와 $\frac{\pi}{2}$사이의 각이 된다.

(1) $\alpha \le x \le \frac{1}{2}$의 범위에서 $C(L)$이 [그림 3]의 모양이 되고, $0<x<\alpha$에서는 [그림 2]의 모양이 될 때, α를 구하시오.

(2) (1)에서 정의된 α에 대하여 $\alpha \le x \le \frac{1}{2}$일 때, $\cos(\theta)$를 x에 대한 함수로 나타내고 이를 이용하여 $C(L)$의 넓이를 θ에 대한 함수로 나타내시오.

(3) (1)에서 정의된 α에 대하여 $\alpha \le x \le \frac{1}{2}$일 때, 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

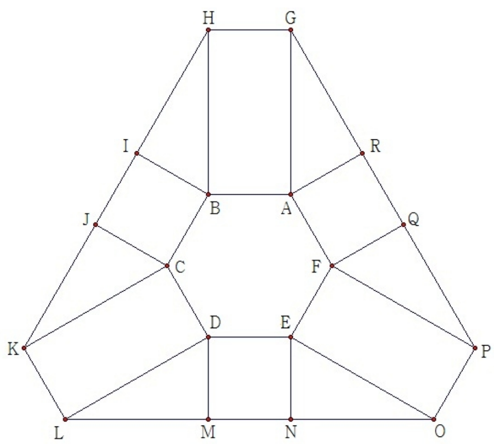
$g(x)$는 "x에 의해 결정되는 $C(L)$의 넓이"이다.

이때 x에 대한 $g(x)$의 증가·감소를 판단하고 그 이유를 설명하시오.

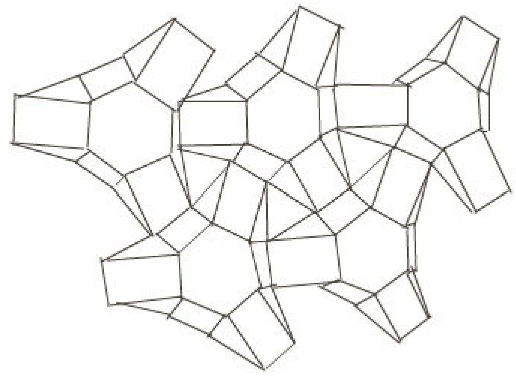
[문항2] 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

어떤 구조물을 만들 때 도형을 접을 수 있게 만들면 구조물의 모양과 크기를 적당히 조절할 수 있어서 여러 분야에서 활용도가 높다. 실제 산업에서 쓰이는 구조물을 수학적으로 분석해 보자.

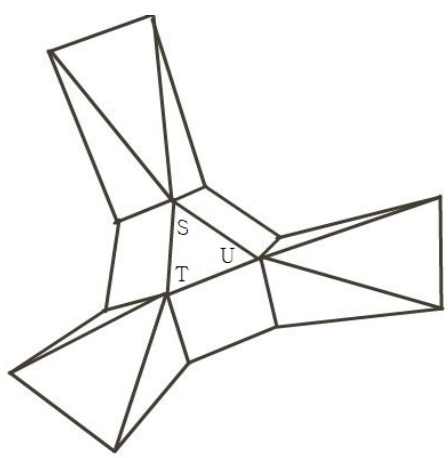
한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF의 서로 인접하지 않은 세 변을 택하여 한 변의 길이가 1인 정사각형 AFQR, CBIJ, EDMN을 붙이자. 직사각형 BAGH, DCKL, FEOP를 나머지 세 변에 붙여서 H, I, J, K가 한직선 상에 있고, 마찬가지로 L, M, N, O 및 P, Q, R, G도 각각 일직선 위에 있도록 만들면 [그림 1]과 같은 전개도를 가진 도형이 얻어진다. 이때 선이 있는 부분을 접을 수 있게 만들면, 이 도형 여러 개를 이어 붙여 [그림 2]와 같은 기동성있는 구조물을 만들 수 있다.



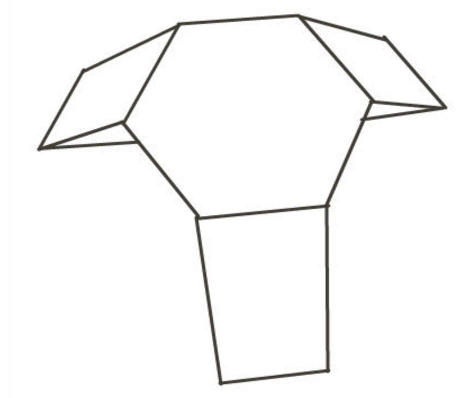
[그림 1]


[그림 2]

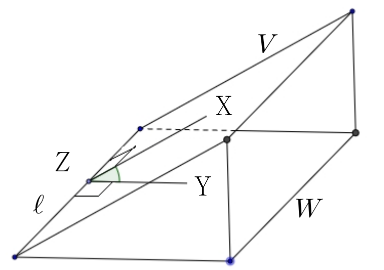
[그림 1]의 전개도를 선을 따라 접어서 R과 I, J와 M, N과 Q가 각각 만나게 겹쳐 [그림 3]처럼 만들 수 있다. [그림 3]에서 R과 I가 겹쳐서 생긴 점을 S, J와 M이 겹쳐서 생긴 점을 T, N과 Q가 겹쳐서 생긴 점을 U라 했을 때 △STU는 정삼각형이 된다. 이때 구조물을 다른 시각에서 보면 [그림 4]와 같이 보인다.



[그림 3]


[그림 4]

이런 입체도형을 다룰 때 이면각의 개념은 많은 도움이 된다. 직선 ℓ을 공유하는 두 반평면 V, W로 이루어진 도형을 **이면각**이라 하며, 직선 ℓ을 이면각의 변, V, W를 이면각의 면이라 한다. 이면각의 변 ℓ 위의 한 점 Z를 지나고 ℓ에 수직인 두 선분 ZX와 ZY를 각각 V, W 위에 그리면 $\angle \mathrm{XZY}$의 크기는 점 Z의 위치에 관계없이 일정하다. 이 각의 크기를 **이면각의 크기**라고 한다.



[그림 5]

[문제 2-1] (20점) [그림 1]의 두 면 AFQR과 ABCDEF가 [그림 3]처럼 접힌 후 생기는 이면각의 크기 α와 이때 새롭게 만들어지는 삼각형 ABS와 면 ABCDEF의 이면각의 크기를 β라 할 때 $\cos\alpha$와 $\cos\beta$를 구하여라.

[문제 2-2] (10점) [그림 1]의 전개도를 [그림 3]처럼 접었을 때 생기는 정삼각형 STU를 포함하는 평면은 면 ABCDEF를 포함하는 평면과 평행하다. 점 S와 면 ABCDEF를 포함하는 평면사이의 거리를 구하여라.

[문제 2-3] (20점) [그림 1]의 전개도를 [그림 3]처럼 접어서 만들어진 입체도형을 [그림 4]처럼 뒤집어 $xy-$평면 위에 세우면 면 ABCDEF의 모든 점의 높이, 즉 z-좌표는 동일하다. 이 값을 구하여라.

2016학년도 자연계열 모범답안

(오전 : 공과대학, 금융공학과)

[문항1]

[문제1-1] 원 $C(\mathrm{O})$위를 움직이는 점 P와 곡선 F위를 움직이는 점 Q를 생각했을 때 $\overline{\mathrm{PQ}}$가 최솟값을 가질 때는 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 연장한 직선이 원의 중심(원점)을 지나야 한다. 따라서 원점 O에서 F위의 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{OQ}}$의 최솟값을 구하면 충분하다. 원점과 곡선위의 점 $\mathrm{Q}(x,y)$사이의 거리를 x에 대한 함수 $d(x)$로 놓으면,

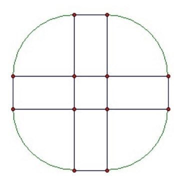
$$d(x)^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (x^2 - 3x + 3)^2$$

이다. 함수의 최솟값은 그 함수의 극솟값에서 나온다. 이 함수의 극솟값을 구하기 위해서 x로 미분해보면 $2(x-1)(2x^2-7x+9)$이 되므로 $x=1$이 유일한 극값이다. $x=1$에서 $d(x)^2=2$이므로 $\overline{\mathrm{OQ}}$의 최솟값은 $\sqrt{2}$이다. 따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$가 최솟값은 $\sqrt{2}-1$이다.

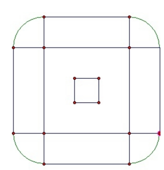
(별해) 곡선 F 위의 한 점 Q(a,b)에서의 법선이 원점을 지날 때, 이 법선과 원 $C(\mathrm{O})$의 교점 중 포물선에 가까운 점을 R라 하면 $\overline{\mathrm{RQ}}$가 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값이다. $y = f(x) = x^2 - 3x + 3$의 Q(a,b)에서의 접선의 기울기는 $f'(x) = 2x-3$ 이므로 $f'(a) = 2a-3$. 법선은 접선에 수직이므로 기울기는 $-\dfrac{1}{2a-3}$. 따라서 법선의 방정식은 $y - f(a) = -\dfrac{1}{2a-3}(x-a)$. 이 식이 원점(0,0)을 지나므로 $0 - f(a) = -\dfrac{1}{2a-3}(0-a)$ 에서 $(2a-3)(a^2-3a+3) = -a$. 정리하면

$2a^3 - 9a^2 + 16a - 9 = (a-1)(2a^2 - 7a+9) = 0$에서 $a = 1$이 유일한 근이고, 따라서 $\mathrm{Q}(1,1)$이므로 $\overline{\mathrm{OQ}}=\sqrt{2}$이고, 따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값은 $\sqrt{2}-1$이다.

[문제 1-2] (1) $x \le 2$ 일 때 내부가 모두 채워지므로 그 넓이는
(정사각형 외부의 넓이) + (정사각형의 넓이), 정사각형 외부의 넓이는 $4x+\pi$이고
정사각형의 넓이는 x^2이므로 구하는 넓이는 $x^2+4x+\pi$



$x \ge 2$일 때 내부에 정사각형 만들어지고 구하는 넓이는 (정사각형 외부의 넓이) + (정사각형의 넓이) - (내부의 정사각형의 넓이) 한편 내부의 정사각형의 한 변의 길이는 $x-2$이므로, $4x+\pi+x^2-(x-2)^2 = 8x+\pi-4$ 따라서



$$① = \begin{cases} x^2+4x+\pi, & x \le 2\text{일 때} \\ 8x+\pi-4, & x \ge 2\text{일 때} \end{cases}$$

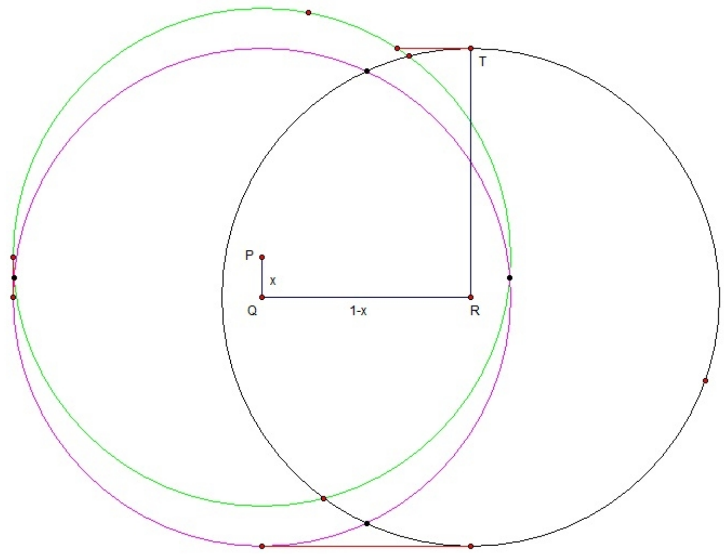
(2) 명제 ②는 참: 각 변의 길이가 ar, br인 직사각형의 외부도형의 넓이는 $2(a+b)r+\pi$,
둘레의 길이는 $2(a+b)r$ 이므로 r에 대한 증가함수.
(i) 내부가 비어있는 경우 넓이는 $\{\mathrm{abr}^2 - (\mathrm{ar}-2)(\mathrm{br}-2)\} + \{2(\mathrm{a}+\mathrm{b})\mathrm{r}+\pi\} = 4(\mathrm{a}+\mathrm{b})\mathrm{r}+\pi-4$
(ii) 내부가 채워진 경우 넓이는 $abr^2 + 2(a+b)r+\pi$
(i),(ii)로부터 넓이는 r에 대한 증가함수이므로 ②는 참.
명제 ③은 거짓: 반례를 들어야 한다. 예를들어

변의 길이	F의 둘레의 길이	$C(F)$의 넓이
4,4,4,4	16	$28+\pi$
8,1,8,1	18	$26+\pi$

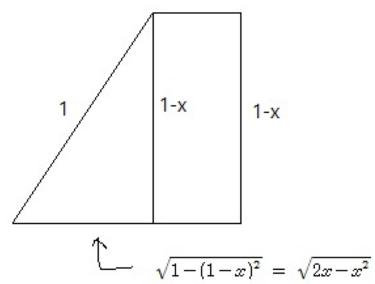
[문제 1-3] (1) 점 R을 중심으로 하는 단위원과 R로부터 거리가 1인 평행선이 만나는 점을 T라 하자. $C(L)$의 개형이 [그림 3]과 같기 위해선
$\overline{\mathrm{PT}}=\sqrt{2}(1-x)\le 1$이어야 한다. 따라서,

$$1-\frac{1}{\sqrt{2}}\le x\le\frac{1}{2}$$

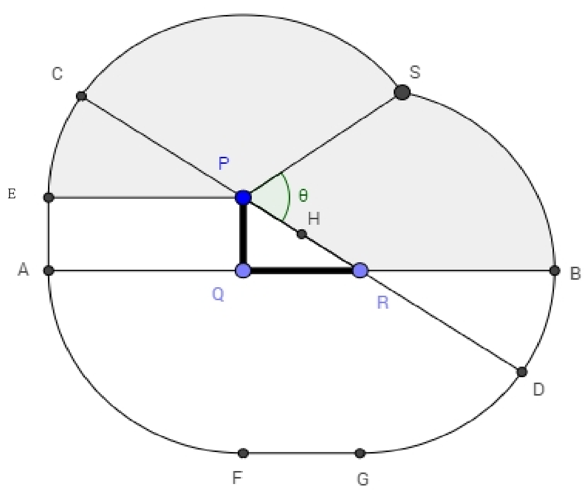
인 범위에서 [그림 3]의 개형이 나타난다.



(별해) 위쪽 선분의 길이가 0보다 크면 [그림2] 가 되므로 $1-x-\sqrt{1-(1-x)^2}=1-x-\sqrt{2x-x^2}\ge 0$. 따라서 $0<x\le 1-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 결국 [그림3]이 되기 위해서는 $1-\frac{1}{\sqrt{2}}\le x\le\frac{1}{2}$.



(2) 선분 QR을 연장하여 $C(L)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고 선분 PR을 연장하여 $C(L)$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 그리고 P를 지나며 $\overline{\mathrm{QR}}$과 평행한 직선과 $C(L)$와 만나는 점 중에 A와 가까운 점을 E라 하고, Q, R을 지나면서 $\overline{\mathrm{AB}}$와 수직인 선들과 $C(L)$가 만나는 점을 각각 F, G라 하자.



이때 각 $\angle CPE=\angle DRB$ 이므로 부채꼴 PEC와 부채꼴 RDB의 넓이는 서로 같다. 따라서 이 도형의 위와 같이 색칠된 부분의 넓이는 원 $C(\mathrm{P})$와 $C(\mathrm{R})$이 이루는 도형의 절반과 같다. 한편 $\overline{\mathrm{PR}}$의 중점을 H라 하면, 원의 성질에서 $\overline{\mathrm{SH}}$는 $\overline{\mathrm{PR}}$을 수직이등분 한다. $\overline{\mathrm{PR}}=\sqrt{x^2+(1-x)^2}$, $\overline{\mathrm{PS}}=1$이므로

$$\cos\theta=\overline{\mathrm{PH}}=\frac{\sqrt{x^2+(1-x)^2}}{2}\qquad(*)$$

이다. 따라서 색칠된 영역의 넓이는

$$2\times\frac{\pi-\theta}{2}+2\times\frac{\overline{\mathrm{SH}}\times\overline{\mathrm{PH}}}{2}=\pi-\theta+\cos\theta\cdot\sin\theta=\pi-\theta+\frac{\sin(2\theta)}{2}$$

이제 $C(L)$의 나머지 부분의 넓이를 구한다. 두 부채꼴의 넓이의 합은 $\frac{\pi}{2}$이고 두 직사각형의 넓이의 합은 $x+1-x=1$이고, 삼각형의 넓이가 $\frac{x(1-x)}{2}$이다. (*)에서 $(2\cos\theta)^2 = x^2 + (1-x)^2 = 2x^2 - 2x+1$이므로 반각공식 $\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$을 쓰면

$4\frac{1+\cos 2\theta}{2} = 2x(x-1)+1$ 정리하면 $\frac{x(1-x)}{2} = -\frac{\cos(2\theta)}{2} - \frac{1}{4}$이므로 $C(L)$의 넓이 $S(\theta)$는

$S(\theta) = \pi - \theta + \frac{\sin(2\theta)}{2} + \frac{\pi}{2} + 1 - \frac{\cos 2\theta}{2} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{2}\pi - \theta + \frac{\sin(2\theta) - \cos(2\theta)}{2}$

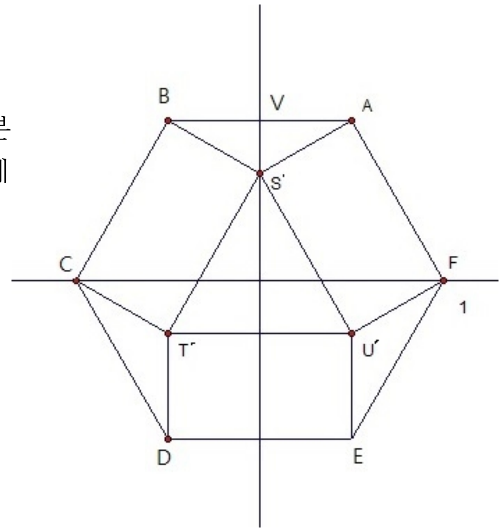
따라서 $S(\theta) = \frac{3}{4} + \frac{3}{2}\pi - \theta + \frac{\sin(2\theta) - \cos(2\theta)}{2}$.

(3) (2)에서 구한 $S(\theta)$를 θ에 대해 미분하면 $-1+\cos(2\theta)+\sin(2\theta) = -1 + \sqrt{2}\sin(2\theta + \frac{\pi}{4})$가 된다. $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$이면 $\frac{3\pi}{4} < 2\theta + \frac{\pi}{4} < \frac{5\pi}{4}$ 이므로 $|\sin(2\theta + \frac{\pi}{4})| \le \frac{1}{\sqrt{2}}$ 따라서
$S'(\theta) < 0$이므로

$S(\theta)$는 θ에 대한 감소함수이다. 한편 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 범위에서 $\cos x$는 감소함수이므로, 역시 (2)번에서 구한 (*)에서 x가 커지면 θ도 커지고 그 역도 성립한다. 따라서 $g(x) = S(\theta)$는 x가 커지면 감소한다.

[문항2]

[문제 2-1]



오른쪽 그림과 같이 제시문의 [그림 3]을 위에서 내려다 본 모양을 생각하자. 면 ABCDEF는 정6각형이므로 좌표평면에

$F(1,0)$, $A(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$, $B(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$,

$C(-1,0)$, $D(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$, $E(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$,

S', T', U'은 S, T, U의 정사영이 되게 놓자. 그러면 사각형 $AS'U'F$, $BS'T'C$, $DT'U'E$ 는 직사각형이다.

$\angle BAF = 120°$, $\angle S'AF = 90°$이므로 $\angle S'AB = 30°$

이제 $\overline{S'A} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\cos 30°} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$이므로 이면각의 크기의 정의로부터 $1 \times \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$이므로 $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ 이다. 또한 한 변의 길이가 1인 정삼각형의 높이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이고 $\overline{S'V} = \overline{AS'}\sin 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$이므로 이면각의 크기의 정의로부터

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \cos\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$이므로 $\cos\beta = \dfrac{1}{3}$ 을 얻는다.

따라서 $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos\beta = \dfrac{1}{3}$ 이다.

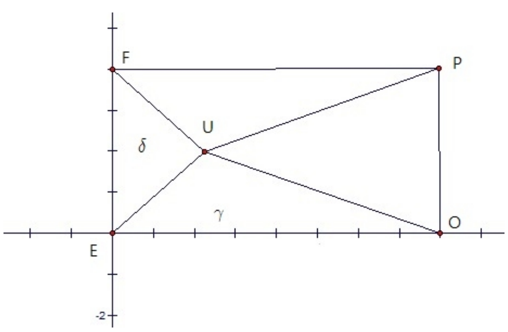
[문제 2-2]

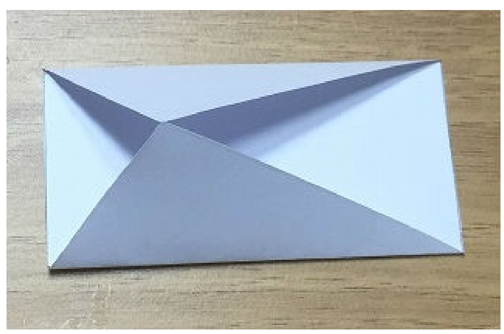
점 S의 면 ABCDEF로의 정사영을 S'이라 하면 $\triangle SAS'$은 직각삼각형이고, 점 S와 면 ABCDEF를 포함하는 평면사이의 거리는

$\overline{AR}\sin\alpha = 1 \times \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-(\frac{1}{\sqrt{3}})^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

[문제 2-3]

입체도형 U-EFPO의 모양은 오른 쪽과 같으며 EFPO를 밑변에 두고 수직으로 위에서 바라본 모양을평면에 나타내면 다음과 같다.





δ와 γ 를 각각 면 EFPO와 삼각형 EFU 및 EOU와 만들어지는 평면과의 이면각이라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\delta = \frac{1}{2}$ 에서 $\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(참고 $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\gamma = \frac{1}{2}$ 에서 $\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$)

따라서 U의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\tan\delta = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\sec^2\delta - 1}\,) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

면 EFPO와 면 ABCDEF 의 이면각은 $\beta + \delta$ 이다.

따라서 $\cos(\beta + \delta) = \cos\beta\cos\delta - \sin\beta\sin\delta = \frac{1}{3}\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{1-\frac{1}{9}}\sqrt{1-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

이제 구하는 면 ABCDEF의 모든 점의 높이는

$2\cos(\beta + \delta - 90°) = 2\sin(\beta + \delta) = 2\sqrt{1-\cos^2(\beta + \delta)} = 2\sqrt{1-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

2016학년도 자연계열 채점기준
(오전 : 공과대학, 금융공학과)

[문항1]

[문제 1-1](총 10점)

1. $\overline{OQ}$의 최솟값을 구하면 충분하다는 것을 관찰 하면 3점.
2. $\overline{OQ}$의 최솟값을 구하는 과정을 정확히 **이행**하면 3점.

   예) ① $d(x)=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+(x^2-3x+3)^2}$ 혹은 $d(x)^2=x^2+(x^2-3x+3)^2$ 식을 세우고 미분해서 0되는 점을 찾을려는 시도

   ② 법선의 기울기가 $-\dfrac{1}{2x_0-3}$가 되고 법선의 방정식이 원점을 지나야 하는 것을 언급
3. $\overline{OQ}$의 최솟값이 $\sqrt{2}$임을 확인하면 2점
4. $\overline{PQ}$의 최솟값은 $\sqrt{2}-1$임을 확인하면 2점.

(참고) 만일 2.의 과정에서 사소한 실수로 식을 잘못 세웠다면 2점.
이 계산실수가 영향을 미쳐 3. 4. 번 틀렸어도 더 이상의 부분 점수 없음.

[문제 1-2](총 15점)

(1) (5점)

1. $x=2$를 기준으로 두 개의 식이 달라진다는 것을 확인하면 1점
2. $x\geq 2$의 범위의 식이 맞으면 2점.
3. $x\leq 2$의 범위의 식이 맞으면 2점.

(참고) 범위를 나누지 않고 답을 $4x+\pi+x^2$ 혹은 $8x+\pi-4$라고 적었으면 전체 2점만 부여.
이외에는 부분점수 없음

(2) (10점)

1. ②가 참이라고 하면 2점.
2. ②가 참이라고 하고 식을 적당히 세우고 그 식이 ②의 주장을 이끌어 내면 1점, 그 식이 맞으면 2점 부여.
3. ②가 거짓이라고 하면 위 1. 2. 번에 해당하는 점수는 0점.
4. ③이 거짓이라고 하면 2점.
5. ③이 거짓이라고 하고 적당한 두 사각형을 찾아서 (<u>하나는 내부가 있는 폭이 2보다 큰 사각형, 하나는 내부가 없는 폭이 2이하인 사각형</u> 혹은 <u>둘다 내부가 없는 폭이 2이하인 사각형</u>) (2점) 실제 넓이를 계산 하면 (1점)
6. ③이 참이라고 하면 위 4. 5. 번에 해당하는 점수는 0점. 계산실수에 대한 감점 없음.

(참고) 5에서 내부가 있는 폭이 2보다 큰 사각형 두 개는 반례가 될 수 없음. 따라서 반례를 이 경우로 제시했으면 5.번에 해당하는 점수는 0점.

반례가 아닌 경우

(i) F, G가 직사각형이고 $C(F)$, $C(G)$ 둘다 내부가 있다.

(II) F, G가 닮은 직사각형(정사각형) (② 가 참이므로)

[문제 1-3](총 25점)

(1) (5점) $\alpha = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 구했으면 5점.

(참고) α가 틀린 경우 $\overline{\mathrm{PT}} = \sqrt{2}(1-x) \le 1$에 대해 맞는 식을 적었으면 2점.

(2) (12점)

1. $\cos\theta = \overline{\mathrm{PH}} = \frac{\sqrt{x^2+(1-x)^2}}{2}$를 적었으면 3점
2. 색칠된 영역의 넓이 $= \pi - \theta + \cos\theta \cdot \sin\theta = \pi - \theta + \frac{\sin(2\theta)}{2}$ 를 구했으면 3점
3. 나머지 부분의 넓이 = $1 + \frac{\pi}{2}$ 를 구했으면 3점 (직선부분 1점, 원호부분 2점)
4. 삼각형의 넓이 $\frac{x(1-x)}{2} = -\frac{\cos(2\theta)}{2} - \frac{1}{4}$를 θ에 대한 식으로 표현했으면 3점.

(참고) 계산에 대한 부분점수 없음.

(3) (8점)

1. 감소한다라고 주장하면 : 2점
2. $S(\theta)$를 θ에 대해 미분하면 $-1+\cos(2\theta)+\sin(2\theta)$가 되고 이 값은 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 범위에서 0보다 작음을 확인하면 3점.
3. x와 θ가 동시에 증가 혹은 감소함을 관찰하면 3점

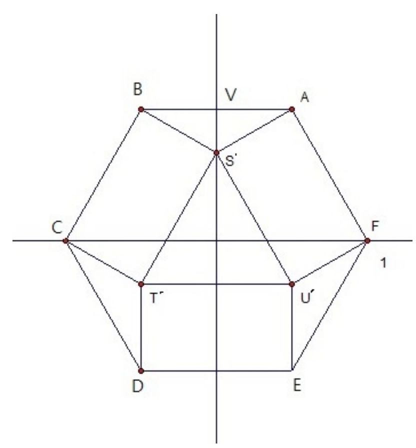
[문항2]

[문제 2-1](총 20점)

1. $\cos\alpha$: 10점(그냥 답이 맞아도)
2. $\cos\beta$: 10점(그냥 답이 맞아도)

(부분점수)

- 오른쪽 그림을 그렸고 답이 틀려도 6점
- 정사영의 넓이 공식에서 두 개의 넓이 당 3점씩
- 정삼각형이나 직사각형 높이 비교에서 밑변의 길이가 같음을
- 언급하면 3점
- 정삼각형이나 직사각형 높이 계산이 맞으면 각 3점



[문제 2-2](총 10점)

1. $\sqrt{\frac{2}{3}}$: 10점(그냥 답이 맞아도)

(부분점수)

$\triangle SAS'$은 직각삼각형임을 언급 5점

$\overline{AR}\sin\alpha$ 1점

$= 1\times\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ 2점

$= \sqrt{1-(\frac{1}{\sqrt{3}})^2}$ 1점

$= \sqrt{\frac{2}{3}}$ 1점

(참고) [문제 2-1]에서 구하는 높이를 계산했을 수도 있으므로 해당 항목에서 푼 것을 이 항목에서 채점함.

[문제 2-3](총 20점)

1. $\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{3}}$: 5점

2. $\cos\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}}$: 5점

3. $2\sqrt{\frac{2}{3}}$: 10점

(부분점수)

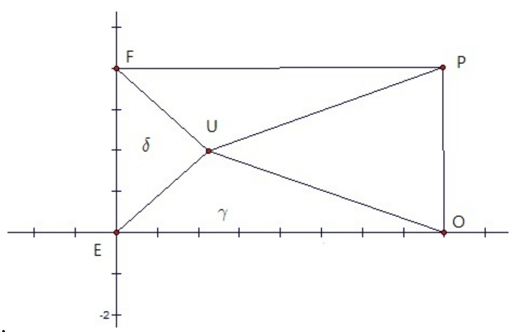
삼각함수의 덧셈정리 쓰거나 또는 두 이면각을 합하여 구하려고 했으면 5점

오른쪽의 그림을 그렸으면 5점

U의 높이 $\frac{\sqrt{3}}{2}\tan\delta = \frac{\sqrt{6}}{2}$ 구했으면 5점

면 EFPO와 면 ABCDEF 의 이면각은 $\beta+\delta$ 5점

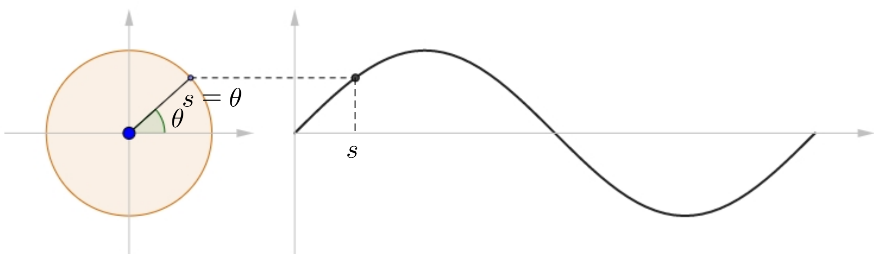
(참고) δ가 아니라 보각을 이용하여서도 구할 수 있으므로, 이에 대해서는 각자 이에 준하는 채점 기준 참고.



2016학년도 자연계열 기출문제
(오후 : 정보통신대학, 자연과학대학, 간호대학)

[문항1] 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 반지름이 1이고 중심이 O인 원 위에서 한 점 P가 움직일 때 $\overline{\mathrm{OP}}$와 양의 x축이 이루는 각 θ와 P의 높이, 즉 P의 y좌표와의 관계를 함수로 나타내면 $y = \sin\theta$가 된다는 사실이 알려져 있다.

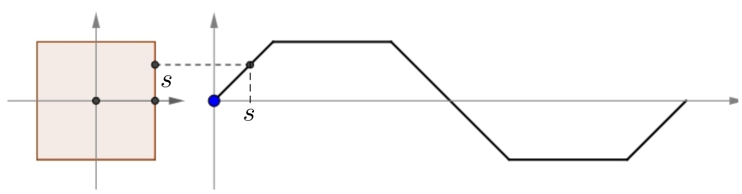


[그림 1]

한편 중심각이 θ인 원호의 길이 s는 $s=\theta$이므로 $(0,1)$에서 출발한 점이 시계바늘이 도는 방향의 반대방향으로 s만큼 이동하여 도달한 점 P의 높이 y를 s에 대한 함수로 나타내어도 $y=\sin s$가 된다. 이와 비슷하게 평면상에 어떤 도형 또는 그래프가 주어졌을 때 그 위를 움직이는 점의 이동한 거리와 도달한 점의 높이와의 관계를 함수로 나타내는 경우를 생각해 보자.

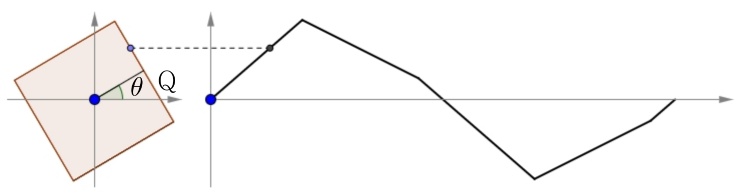
(나) 아래 그림과 같은 $(1,1)$, $(1,-1)$, $(-1,-1)$, $(-1,1)$을 네 꼭지점으로 하는 정사각형을 생각하자. 점 $(1,0)$에서 출발한 점이 시계바늘이 도는 방향의 반대 방향으로 s만큼 이동하여 점 P에 도달했을 때 P의 높이 y를 이동한 거리 s에 따른 함수로 나타내면 $0 \le s \le 8$ 구간에서 아래와 같고 이를 그래프로 그리면 [그림 2]와 같다.

$$f(s)=\begin{cases} s & 0 \le s \le 1 \\ 1 & 1 \le s \le 3 \\ 4-s & 3 \le s \le 5 \\ -1 & 5 \le s \le 7 \\ s-8 & 7 \le s \le 8 \end{cases}$$



[그림 2]

위 정사각형을 [그림 3]의 왼쪽 그림과 같이 θ만큼 회전시킨 도형을 R이라 하자. (단, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$) 이 도형이 양의 x축과 만나는 점 Q에서 출발하여 시계바늘이 도는 방향의 반대 방향으로 s만큼 이동하여 점 P에 도달했을 때, P의 높이를 함수 $h(s)$로 나타내면, [그림 3]의 오른쪽 그림과 같은 $h(s)$의 그래프를 얻을 수 있다. 이때 θ에 따라 $h(s)$의 그래프의 개형 및 $h(s)$의 최댓값이 달라짐을 관찰 할 수 있다.



[그림 3]

[문제 1–1] (10점) 좌표평면에서 $|x|+|y|=\sqrt{2}$를 만족하는 도형을 생각하자. 점 $(\sqrt{2},0)$에서 출발하여 시계바늘이 도는 방향의 반대방향으로 도형을 따라 s만큼 이동한 후 점 P에 도달 했을 때, P의 높이 $g(s)$를 $0 \le s \le 8$범위에서 구하시오.

[문제 1–2] (15점) 점 $(1,0)$에서 출발하여 $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x^2-1}-\ln(x+\sqrt{x^2-1})}{2}$의 그래프를 따라 x가 증가하는 방향으로 s만큼 이동하여 점 $\mathrm{P}(x,y)$에 도달하였다.

(1) 이 때 $\mathrm{P}(x,y)$의 y좌표를 이동한 거리 s에 대한 함수 $g(s)$로 나타내시오. (단, $s \ge 0$)

(2) 극한 $\displaystyle\lim_{s\to\infty}\frac{g(s)}{s}$의 수렴성에 관해 논하시오.

[문제 1–3] (25점) 제시문 (나)에서 설명한 θ에 따라 변하는 도형 R 및 $h(s)$를 생각하자.

(1) $h(s)$의 최댓값을 θ에 대한 함수로 나타내시오.

(2) 구간 $0 \le s \le 8$ 에서 함수 $h(s)$의 그래프로 나타나는 곡선의 길이는 θ에 대한 함수이다. 이를 $\ell(\theta)$라 할 때 $\ell(\theta)$를 구하고 $\ell(\theta)$의 그래프가 가지는 모양에 관해 논하시오.

[문항2] 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

다음과 같이 0이상의 정수 두 개를 이용하여 표현할 수 있는 유한소수를 생각하자.

0이상의 정수 n과 m에 대하여 $\overline{n.m}$은 n을 소수점 앞에 적고, m을 소수점 아래에 적은 수이다. 예를 들어 $n=20$, $m=16$이면 $\overline{n.m}=20.16$, $\overline{m.n}=16.20=16.2$이고, $m=0$이면 $\overline{n.m}=n$이 된다.

이제 $\overline{n.m}$이 가지는 몇 가지 성질에 대해서 논의해 보자.

성질 1. 0이상의 네 정수 n, m, a, b에 대하여 $(n+1)(a+1)>\overline{n.m}\times\overline{a.b}\geq na$ 가 성립한다.

(증명) n과 m에 대하여 $n+1>\overline{n.m}\geq n$ 이 성립한다. 같은 이유로 $a+1>\overline{a.b}\geq a$도 성립하므로 부등식이 성립한다.

성질 2. $\overline{n.m}\times\overline{a.b}$가 자연수가 되기 위해서는 mb는 10의 배수여야 한다.

(증명) m을 α자리의 수, b를 β자리의 수라고 하면, mb의 일의 자리의 숫자와 $\overline{n.m}\times\overline{a.b}$의 소수점 $\alpha+\beta$ 아래의 숫자가 정확히 같다. 따라서 $\overline{n.m}\times\overline{a.b}$가 자연수이기 위해서는 소수점 아래의 숫자들은 모두 0이어야 하므로 mb는 10의 배수이다.

[문제 2-1] (10점) $1\leq n\leq 100$인 자연수 n에 대하여 함수 $f(n)=\overline{n.n}\times\overline{(100-n).n}$을 정의하자. 예를 들어, $f(8)=8.8\times 92.8$이다. $f(n)$이 최대가 되도록 하는 n을 구하시오.

[문제 2-2] (15점) 두 정수 b, c에 대하여 $f(x)=10x^2+bx+10c$가 두 실수해 $\overline{n.m}$과 $\overline{m.n}$을 가진다고 한다. 이때 n, m은 10의 배수가 아닌 자연수이다. $\log_{10}\alpha=\overline{n.m}$, $\log_{10}\beta=\overline{m.n}$이라고 하면, $(c-b)\alpha\beta$를 10진법으로 표현했을 때 얻는 수의 맨 앞자리 숫자를 구하시오. (단, 상용로그표에 따르면 $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$, $\log_{10}4=0.6021$, $\log_{10}5=0.6990$, $\log_{10}6=0.7782$, $\log_{10}7=0.8451$, $\log_{10}8=0.9031$, $\log_{10}9=0.9542$)

[문제 2-3] (25점) 0이상의 정수 n, m이 $n\geq m$을 만족한다. 정수 b와 두 자리의 자연수 c에 대하여 이차함수 $f(x)=100x^2+bx+100c$가 두 해 $\overline{n.m}$과 $\overline{m.n}$을 가진다고 하자.

(1) $m=0$일 때, 가능한 n을 모두 구하시오.

(2) $m>0$일 때, 가능한 (n, m)을 모두 구하시오.

2016학년도 자연계열 모범답안
(오후 : 정보통신대학, 자연과학대학, 간호대학)

[문항 1]

[문제 1-1] $0 \le s \le 2$일 때 $s^2 = x^2 + y^2 = 2x^2$이므로 $h(s) = \dfrac{s}{\sqrt{2}}$ 이다. 다른 구간에서도 비슷하게 생각하면, $g(s)$는 다음과 같다.

$$g(s) = \begin{cases} \dfrac{s}{\sqrt{2}} & 0 \le s \le 2 \\ \dfrac{4-s}{\sqrt{2}} & 2 \le s \le 6 \\ \dfrac{s-8}{\sqrt{2}} & 6 \le s \le 8 \end{cases}$$

[문제 1-2]

$$(1)f'(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{x^2-1} + x\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} - \frac{1+\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}}{x+\sqrt{x^2-1}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{x^2-1+x^2}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right) = \sqrt{x^2-1}$$

이므로 $s = s(x) = \displaystyle\int_1^x \sqrt{1+(f'(t))^2}\,dt = \int_1^x t\,dt = \frac{1}{2}(x^2-1).$

따라서 $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{2s}$, $x = \sqrt{2s+1}$

$\mathrm{P}(x,y)$의 y좌표는 $f(x) = \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2s}\sqrt{2s+1} - \ln(\sqrt{2s+1}+\sqrt{2s})\right) = g(s)$

(2) $\dfrac{g(s)}{s} = \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}\sqrt{2+\dfrac{1}{2s}} - \dfrac{\ln(\sqrt{2s+1}+\sqrt{2s})}{s}\right)$

$k(x) = x - \ln x$라 하면 $k'(x) = 1 - \dfrac{1}{x} = \dfrac{(x-1)}{x} > 0$, $(x > 1)$이므로 증가함수이고

$k(1) = 1 > 0$이므로 $k(x) > 0$ 즉, $\ln x < x$, $(x > 1)$. 이제 x 대신 $\sqrt{x}$를 대입하면

$\dfrac{1}{2}\ln x < \sqrt{x}$ 이제 $\dfrac{\ln x}{x} < \dfrac{2}{\sqrt{x}}$이므로 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x} = 0$

$$\frac{\ln(\sqrt{2s+1}+\sqrt{2s})}{s} < \frac{\ln(2\sqrt{2s+1})}{s} = \frac{\ln 2 + \frac{1}{2}\ln(2s+1)}{s} = \frac{\ln 2}{s} + \left(\frac{2s+1}{2s}\right)\frac{\ln(2s+1)}{2s+1}$$

$\to 0$

따라서 $\displaystyle\lim_{s\to\infty}\frac{g(s)}{s} = 1$

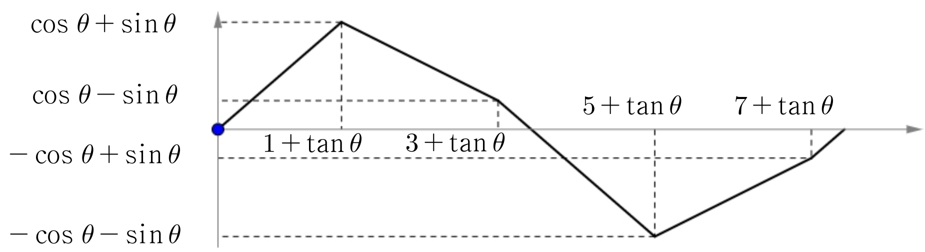
[문제 1-3]

(1) $h(\theta)$의 최댓값은 R의 높이이므로, 꼭짓점의 높이를 계산하면 충분하다. $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ $(0 \le \tan\theta \le 1)$일 때 회전변환을 생각하면 점 $(1,1)$은 $\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta - \sin\theta \\ \sin\theta + \cos\theta\end{pmatrix}$ 에서 $(\cos\theta - \sin\theta, \sin\theta + \cos\theta)$로 이동된다.

따라서 $h(\theta)$의 최댓값은 $\sin\theta + \cos\theta$ 혹은 $\sqrt{2}\sin(\theta + \frac{\pi}{4})$, $\sqrt{2}\cos(\theta - \frac{\pi}{4})$

(2) 위의 회전변환으로부터 R의 각 꼭짓점의 위치를 확인해 보면
점 $(1,1)$은 $(\cos\theta - \sin\theta, \sin\theta + \cos\theta)$
점 $(-1,1)$은 $(-\cos\theta - \sin\theta, -\sin\theta + \cos\theta)$
점 $(-1,-1)$은 $(-\cos\theta + \sin\theta, -\sin\theta - \cos\theta)$
점 $(1,-1)$은 $(\cos\theta + \sin\theta, \sin\theta - \cos\theta)$

이므로, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$일 때 다음과 같은 그래프를 그릴 수 있다.



위의 그래프는 다섯 구간으로 나뉘어져 있고, 직선의 기울기의 절댓값을 보면 x축 방향의 길이가 2이면서 y축 방향의 길이가 $2\sin\theta$인 구간이 두 개, x축 방향의 길이가 2이면서 기울기가 $2\cos\theta$인 구간이 한 개, x축 방향의 길이가 $\tan\theta + 1$이면서 기울기가 $2\cos\theta$인 구간이 한 개, x축 방향의 길이가 $1 - \tan\theta$이면서 기울기가 $2\cos\theta$인 구간이 한 개이다. 양 끝 두 구간은 합쳐 생각하면 x축 방향의 길이가 2이면서 기울기가 $2\cos\theta$인 구간과 길이가 같다. 결국

$$\ell(\theta) = 4(\sqrt{\sin^2\theta + 1} + \sqrt{\cos^2\theta + 1}) \ (\text{단, } 0 \le \theta \le \frac{\pi}{4})$$

이다. 한편, $\frac{\pi}{4} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$일 때의 $h(s)$의 그래프는 $\frac{\pi}{2} - \theta$일 때의 $h(s)$의 그래프를 $s = 4$를 기준으로 대칭하여 y축으로 반전시킨 함수의 그래프, 즉 $-h(8-s)$의 그래프와 같다. 즉, $\ell(\theta) = \ell(\frac{\pi}{2} - \theta)$이고,

$$\ell(\theta) = \ell(\frac{\pi}{2} - \theta) = 4(\sqrt{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 1} + \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 1} = 4(\sqrt{1 + \sin^2\theta} + \sqrt{1 + \cos^2\theta})$$

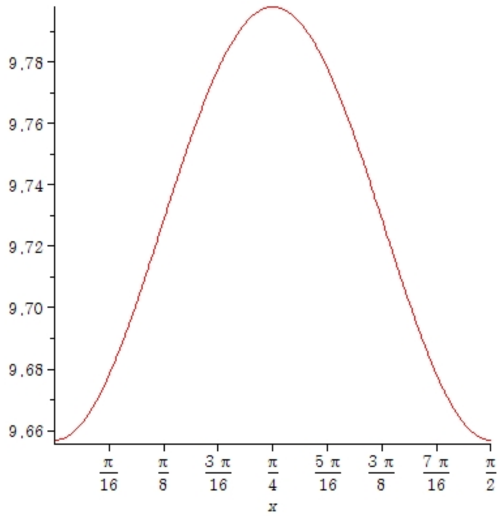
이므로, 이를 종합하면 모든 θ에 대해서 $\ell(\theta) = 4(\sqrt{1 + \sin^2\theta} + \sqrt{1 + \cos^2\theta})$이다.

한편 이 함수를 미분하면 $\ell'(\theta) = \dfrac{4\sin\theta\cos\theta(\sqrt{\cos^2\theta + 1} - \sqrt{\sin^2\theta + 1})}{\sqrt{\cos^2\theta + 1}\sqrt{\sin^2\theta + 1}} \ge 0$ (단, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$)

이므로 $\ell(\theta)$는 구간 $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ 에서 증가한다. $\ell(\theta)$는 $\theta = \frac{\pi}{4}$를 중심으로 대칭이므로, $\ell(\theta)$는 구간 $\frac{\pi}{4} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ 에서는 감소한다. 따라서 $\ell(\theta)$의 개형의 중요한 특성은 아래와 같다.

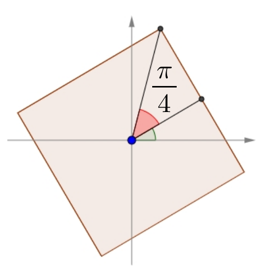
(i) $\theta = \frac{\pi}{4}$를 중심으로 좌우대칭

(ii) $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ 구간에서 증가 ($\frac{\pi}{4} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ 구간에서 감소)

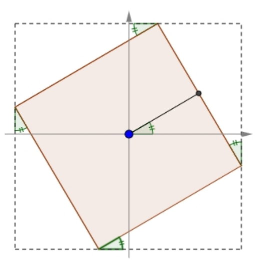


(별해)

(1) 아래 그림과 같이 생각하면 꼭짓점의 높이는 $\sqrt{2}\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sin\theta + \cos\theta$ 임을 알 수 있다.



(2) $h(s)$의 그래프를 그리기 위해 아래 그림과 같이 생각하면 s가 0에서 $1 + \tan\theta$ 까지 움직일 때 y가 $\sqrt{2}\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sin\theta + \cos\theta$까지 움직임을 알 수 있다.



즉 기울기가 $\frac{\sin\theta+\cos\theta}{1+\tan\theta}=\cos\theta$ 인 함수이다. 이후 s가 $3+\tan\theta$까지 움직일 때 y가 $2\sin\theta$만큼 감소하므로, 기울기가 $-\sin\theta$이다. 마찬가지로 세 번째, 네 번째 및 다섯 번째 구간에서 각각 기울기가 $-\cos\theta$, $\sin\theta$, $\cos\theta$인 함수를 얻는다. 따라서 답과 같은 $h(s)$의 개형을 얻을 수 있다.

[문항 2]

[문제 2-1] 함수 $f(n)$을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$f(n)=\begin{cases}\left(n+\frac{n}{10}\right)\left(100-n+\frac{n}{10}\right) & n<10\text{일 때},\\ \left(n+\frac{n}{100}\right)\left(100-n+\frac{n}{100}\right) & n\geq 10\text{일 때}.\end{cases}$$

먼저 $n=100$이면, $f(n)=100*0.1=10$이다.
그리고 $n<10$이면, (성질 1)을 참고하면, $f(n)<(n+1)(100-n+1)\leq 10\times 100=1000$ 이다.
이제 $10\leq n\leq 99$일 때의 최댓값을 구해보자. 준식을 정리하면 $f(n)=-\frac{101\cdot 99}{10000}n^2+101n$ 이다.
이 식은 $n_0=\frac{10000}{2\cdot 99}=50.505\cdots$ 에서 최대가 된다. 한편 $f(n)$은 2차 함수로 최댓값을 기준으로 좌우대칭이 되므로, n_0에 가장 가까운 정수는 $n=51$이고, 이때 $f(n)$의 값은 1000보다 크다.
따라서 답은 51.

[문제 2-2] 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\log_{10}\alpha+\log_{10}\beta=\overline{n.m}+\overline{m.n}=-\frac{b}{10} \qquad \text{(a)}$$

$$\log_{10}\alpha\cdot\log_{10}\beta=\overline{n.m}\times\overline{m.n}=c \qquad \text{(b)}$$

가 성립한다. 한편 (b)와 성질2에 의해 nm은 10의 배수이고, n, m은 모두 10의 배수가 아니므로 둘 중 하나는 5의 배수, 하나는 2의 배수여야 한다. 따라서 한 수의 일의 자릿수는 5이고 나머지 한 수의 일의 자리 수는 짝수이다. (a)에서 $\overline{n.m}+\overline{m.n}$이 소수점 한자리까지 허용되는 수이므로 n, m이 두 자리수 이상이라면 반드시 자리 올림이 일어나야 하지만, 두 수의 일의 자리수의 합이 절대 10이 될 수 없으므로 반드시 n, m은 한자리 수여야 한다. 이제 가능한 (n,m)을 생각하면 $(2,5),(4,5),(6,5),(8,5)$와 그 대칭인 조합들이 가능한데, 이중 $\overline{n.m}\times\overline{m.n}$이 10의 배수가 되는 수는 $(2,5)$ 혹은 $(5,2)$ 뿐이다. 이때 $b=-77$, $c=13$. 따라서

$$\log_{10}(c-b)\alpha\beta=\log_{10}(c-b)+\log_{10}\alpha+\log_{10}\beta=\log_{10}90+\overline{n.m}+\overline{m.n}=1.9542+7.7=9.6542$$

이다. 즉, $(c-b)\alpha\beta=10^9\times\gamma$ (단, $1<\gamma<10$)이고 $\log_{10}\gamma=0.6542$이다. 한편, 문제에서 $\log_{10}4=0.6021$, $\log_{10}5=0.6990$가 성립하므로 $4<\gamma<5$이 되므로 문제의 답은 4이다.

[문제 2-3]

(1) 문제의 조건에서 $\overline{n.m}\times\overline{m.n}$는 두 자리의 자연수가 되어야 한다. 만일 $m=0$이면,

$\overline{n.m}\times\overline{m.n}=\dfrac{n^2}{10^k}$ (단, k는 n의 자릿수)가 된다. 따라서 n^2이 10^k의 배수여야 한다. 따라서 n은

10의 배수. 이 경우 $\dfrac{n^2}{10^k}$이 두 자리의 자연수가 되는 경우는 n이 100, 200, 300, 40, 50, 60, 70, 80, 90일 때뿐이다. 따라서 가능한 (n,m)은 $(100,0)$, $(200,0)$, $(300,0)$, $(40,0)$, $(50,0)$, $(60,0)$, $(70,0)$, $(80,0)$, $(90,0)$이고 이 경우 모두 대응되는 b는 정수가 된다.

따라서 답은 $(100,0)$, $(200,0)$, $(300,0)$, $(40,0)$, $(50,0)$, $(60,0)$, $(70,0)$, $(80,0)$, $(90,0)$ 이다.

(2) 만일 $m=1$이면 $\overline{n.m}\times\overline{m.n}$은 정수가 될 수 없다. 따라서 $n\geq m>1$이라고 가정해도 무방하다. 한편, n, m이 모두 10이상이면 성질1에 의해 $\overline{n.m}\times\overline{m.n}>nm\geq 100$ 이므로 문제 조건을 만족하지 않는다. 따라서 m은 반드시 한자리 수이다. 즉, $m\leq 9$.

1) $n\leq 9$인 경우 : $\overline{n.m}\times\overline{m.n}=\left(n+\dfrac{m}{10}\right)\left(m+\dfrac{n}{10}\right)=\dfrac{101}{100}nm+\dfrac{1}{10}(n^2+m^2)$ 이고, 이 값이 자연수이므로 nm은 반드시 10의 배수여야 한다. 따라서 둘 중 하나는 5여야 하고 가능한 조합은 $(n,m)=$ $(5,4)$, $(5,2)$, $(6,5)$, $(8,5)$ 뿐이다. 이 중 그 곱이 자연수가 되는 것은 $(n,m)=(5,2)$이다. 이 경우 $\overline{n.m}\times\overline{m.n}=13$이므로 c는 두 자리 자연수이고, 대응되는 b 역시 정수이다.

2) $n\geq 10$인 경우 : $N=\overline{n.m}\times\overline{m.n}=\left(n+\dfrac{m}{10}\right)\left(m+\dfrac{n}{100}\right)$이고 성질 2에 의해 nm은 10의 배수이고,$nm\leqq 90$이어야 한다. 만일 n이 10의 배수라면, n^2은 100의 배수가 된다. 따라서 $10m^2+\dfrac{nm}{10}$이 100의 배수가 되어야 하는데 $\dfrac{n}{10}=\ell=1,2,...,9$ 중 하나이므로, $10m^2+\ell m=m(10m+\ell)$가 100의 배수가 되는 한 자릿수 m, ℓ을 찾으면 된다. 이러한 m, ℓ는 존재하지 않는다. 따라서 n은 10의 배수가 아니므로 m은 짝수 혹은 5가 되어야 한다.

$m=5$라면 $nm\leqq 90$에서 $n=12,14,16,18$ 이다. 이 중 성립하는 것은 $(n,m)=(12,5)$. 실제 $5.12\times 12.5=64$이므로 두 자리의 자연수이다. 이 경우 대응되는 b역시 정수이다.

m이 짝수라면, $m=2,4,6,8$이고 n의 일의 자릿수는 5여야 한다.

$m=2$: n은 15, 25, 35, 45만 가능하다. 성립하는 것은 없다.

$m=4,6$: n은 15만 가능하다. 성립하는 것은 없다.

$m=8$: $nm\geq 8\times 15>100$이므로 성립하지 않는다.

따라서 답은 $(n,m)=$ $(5,2)$, $(12,5)$이다.

(참고) (2)에서 c가 세 자리 자연수가 되는 경우는 $(6,25)$가 있다.

2016학년도 자연계열 채점기준
(오후 : 정보통신대학, 자연과학대학, 간호대학)

[문항1]

[문제 1-1](총 10점)

① $0 \le s \le 2$, $2 \le s \le 4$, $4 \le s \le 6$, $6 \le s \le 8$의 구간으로 나누어서 접근하면 2점
② 각 구간 당 2점씩

[문제 1-2] (총 15점)

(1) (9점)
① $f'(x)$를 계산했으면 1~3점
② x와 s의 관계를 찾았으면 3점
③ $g(s) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2s}\sqrt{2s+1} - \ln\left(\sqrt{2s+1} + \sqrt{2s}\right)\right)$ 3점

(참고)
- ②에서 $s = \frac{x^2}{2}$라고 적었으면 2점
- ③에서 $\frac{1}{2}\left(\sqrt{2s}\sqrt{2s-1} - \ln\left(\sqrt{2s-1} + \sqrt{2s}\right)\right)$로 적었으면 2점

(2) (6점)
① 수렴한다라고 적었으면 3점
② 수렴값 1을 찾았으면 3점.

(참고)
- ①로부터 온 $g(s)$가 정답과 유사한 경우에만 점수를 부여할 수 있다.

[문제 1-3](총 25점)

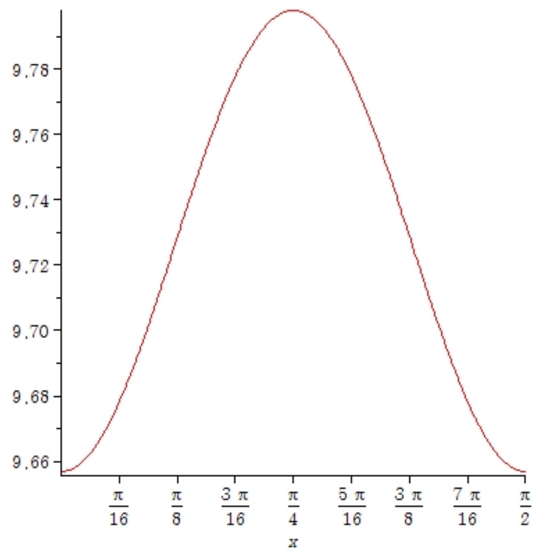
(1) (5점)
① $\sin\theta + \cos\theta$, $\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$, $\sqrt{2}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ 등 이와 동치인 식으로 적었으면 5점

(참고) 답은 틀렸지만 최대가 되는 꼭짓점에 대해서 언급했으면 2점 부여

(2) (20점)
① $\ell(\theta) = 4\left(\sqrt{1+\sin^2\theta} + \sqrt{1+\cos^2\theta}\right)$ 를 정확히 구했으면 10점
② $\theta < \frac{\pi}{4}$까지 증가임을 이야기 하면 1점 + 이유 2점

③ $\theta > \frac{\pi}{4}$까지 감소임을 이야기 하면 1점 + 이유 2점

④ $\frac{\pi}{4}$에서 좌우 대칭임을 이야기 하면 2점 + 이유 2점



(참고)

- ①에서 특정구간($\theta < \frac{\pi}{4}$일 때나 $\theta > \frac{\pi}{4}$ 둘 중 하나)의 θ에 대하여 그래프 개형과 함께 $h(s)$를 제시하면 5점.
- ②, ③, ④에서 $\ell'(\theta) = \dfrac{4\sin\theta\cos\theta(\sqrt{\cos^2\theta+1}-\sqrt{\sin^2\theta+1})}{\sqrt{\cos^2\theta+1}\sqrt{\sin^2\theta+1}} \geq 0$ 를 계산했으면 각 주장에 대한 이유를 들었다고 인정할 수 있음.
- ① 에서 사소한 계산 실수 1~5점 감점
- ②, ③에서 $\frac{\pi}{4}$나 양 끝점에서 극값임을 언급하면 1점 부여
- ② 혹은 ③ 하나만 적었더라도 ④를 같이 적었으면 모두 적은 것으로 인정
  단순히 그림만 그렸을 경우에 ②, ③, ④의 모양이 나타난 그림이면 해당항목을 주장한 것으로 인정

[문항2]

[문제 2-1](총 10점)

① $n < 10$일 때와 $n \geq 10$일 때를 나누었으면 2점

② $f(n) = -\dfrac{101 \cdot 99}{10000}n^2 + 101n$, $f(n) = \left(n + \dfrac{n}{100}\right)\left(100 - n + \dfrac{n}{100}\right)$ 혹은 이와 동치인 식이 나왔면 3점

③ $n < 10$일 때와 $n \geq 10$일 때의 최댓값을 비교하는 것을 언급하고 $n \geq 10$이 경우가 더 큰 $f(n)$ 값이 나옴을 언급하면 1점

④ $n=51$ 4점 ($n=50$이라고 했으면 1점)

(참고)
- $n=100$인 경우에 대해서는 따로 다루지 않아도 정답처리 한다.
- ③에서 구체적으로 증명이나 정당화할 필요는 없고 언급 (예: 자명하다 등)만 하는 것으로 충분

[문제 2-2](총 15점)

① 근과 계수와의 관계로 아래식 정확히 서술하면 2점 (각 1점)

$$\log_{10}\alpha+\log_{10}\beta=\overline{n.m}+\overline{m.n}=-\frac{b}{10}$$

$$\log_{10}\alpha \cdot \log_{10}\beta=\overline{n.m}\times\overline{m.n}=c$$

② n, m이 한자리 수여야 한다는 것을 설명하면 3점.
③ $(2,5)$ 혹은 $(5,2)$이 문제의 조건을 만족하는 유일한 경우라는 것을 확인하고 증명했으면 3점.
④ $b=-77$, $c=13$ 2점 (각 1점)
⑤ $\log_{10}\gamma=0.6542$ 혹은 $\log_{10}(c-b)\alpha\beta=9.6542$ 2점
⑥ 답 4라고 적었으면 3점

(참고)
- ③에서 $(2,5)$가 해당하는 경우라는 것을 추측했거나 증명 없이 적었으면 0점. 단 이 경우도 ④~⑥까지의 점수 배점에는 영향을 미치지 않는다.

[문제 2-3](총 25점)

(1) (10점)
① 적절한 방법으로 찾으려고 시도 : 1점
② (100,0), (200,0), (300,0), (40,0), (50,0), (60,0), (70,0), (80,0), (90,0) : 9점 (각 1점)

(참고)
- 틀린 답은 개당 1점씩 감점. 만약 감점으로 인해 획득점수가 0점보다 작을 경우에는 0점부여

(2) (15점)
① $(5,2)$ 혹은 $(2,5)$ 3점
② $(12,5)$ 혹은 $(5,12)$를 찾으면 5점
③ m이 한 자리수라는 것을 증명하면 2점
④ $(5,2)$, $(12,5)$를 제외하고 답이 나오지 않음을 증명하려는 유의미한 시도 : 2~5점.
예시)
- n을 10을 기준으로 나누고 각 경우 가능한 조합을 찾아 각각 체크를 하면 5점
- n을 특정 기준으로 나누지 않고 두 자리 수 혹은 한 자리 수라고 가정하고 가능한 조합을 찾아 체크하면 3점
- $b^2>40000ac$ 임을 이용하여 접근하려 했으면 2점
- mn이 10의 배수라는 데에서 착안하여 가능한 조합을 찾으려고 시도했으면 2점

- 특정한 방법(가령 m이 5의 배수인 경우와 짝수인 경우 등)으로 경우를 나누어 가능한 조합을 찾으면 2점.
- b가 두 자리 수여야 한다고 주장하고 이에 따라 가능한 조합을 찾아도 2점.
- 위의 각 경우에서 각 가능한 조합에서 $\overline{m.n} \times \overline{n.m}$이 정수가 됨을 확인했으면 +1점 줄 수 있음
- nm의 크기를 고려하여 n, m이 두 자리 이하의 수여야 한다는 것을 주장하면 2점

(참고)

- $(6,25)$를 적었으면 2점부여. (단, $(5,2)$, $(12,5)$를 적은 경우에는 점수 부여하지 않음)
- 오답을 적은 경우에는 감점 하지 않음
- 문제에서 $n \geq m$이라는 조건이 있지만 답에서 n을 더 작게 적은경우 (즉, $(2,5)$ 혹은 $(5,12)$로 적은 경우에도 정답 처리 함)
- ④번 채점에서 오답일 경우라도 논리의 완성도를 고려하여 적절한 부분점수를 부여할 수 있음.

2016학년도 인문계열 기출문제

(경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회대학)

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

나뭇가지를 치는 계절에는 하루에 24수*의 수입이 있었다. 그 밖에 들일, 품일, 농장의 소몰이, 농사일 등을 닥치는 대로 했다. 그는 자기가 할 수 있는 일이면 다했다. 누이는 누이대로 벌었지만, 아이가 일곱이나 되어 어찌할 도리가 없었다. 갈수록 가난에 쫓기고 몰리는 가엾은 무리들이었다.

그러던 중 혹독한 겨울이 왔다. 장 발장은 일거리가 없었다. 집에는 빵이 없었다. 말 그대로 한 조각의 빵도 없었다. 어린아이들이 일곱이나 있는데도!

어느 일요일 저녁, 파브롤 교회 앞 광장에 있는 빵집 주인 모베르 이자보가 막 잠들려는 참이었다. 가게의 창살 달린 유리 진열장이 쨍그랑 깨지는 소리가 들렸다. 나가 보니 마침 그때 창살과 유리를 한꺼번에 주먹으로 깨뜨린 구멍으로 손 하나가 쑥 들어와 있는 게 눈에 띄었다. 그 손은 빵 하나를 훔쳐 가지고 나갔다.

이자보는 재빨리 밖으로 뛰어나갔다. 도둑은 쏜살같이 달아났다. 이자보는 그를 쫓아가 붙잡았다. 도둑은 이미 빵을 내던져 버려 가지고 있지 않았으나, 팔에서 아직 피가 흐르고 있었다. 그가 바로 장 발장이었다.

이것은 1795년에 일어난 일이었다. 장 발장은 '한밤중 남의 집 창을 부수고 도둑질한 죄'로 재판관 앞에 끌려 나갔다. 그는 오래전부터 소총을 하나 갖고 있었는데, 다른 누구보다도 솜씨가 뛰어나 더러 밀렵도 하고 있었다. 그것이 그에게는 불리했다. 밀렵자는 당연히 곱지 못한 눈길로 보기 마련이다. 밀렵자는 밀수입자와 더불어 도적과 비슷하게 취급된다. 그러나 말이 났으니 말이지만, 이런 종류의 사람들과 도회지의 끔찍한 살인자들 사이에는 큰 차이가 있다. 밀렵자는 숲 속에 살고, 밀수입자는 산속이나 바다 위에 산다. 도시는 부패한 인간을 만들고, 또한 잔인한 인간을 만들어 낸다. 산과 바다와 숲은 야성의 인간을 만든다. 그러한 자연은 인간의 거친 일면을 키워 주기는 하지만 인간적인 면을 파괴하는 일은 그리 많지 않다.

장 발장은 유죄 판결을 받았다. **법전의 규정**은 뚜렷했다. **우리들의 문명**에도 두려운 시기가 있다. 형벌이 인생의 파멸을 선언하는 때이다. 사회가 멀어지고 하나의 정신을 지닌 인간이 재기할 수 없을 만큼 세상에서 버림받는 순간. 아, 그것은 얼마나 저주스러운 순간인가! 장 발장은 5년의 징역을 선고 받고 항구의 감옥으로 가게 되었다.

*수(sou): 프랑스의 옛 화폐 단위.

– 빅토르 위고, 『레 미제라블』

(나)

어떤 사람은 이렇게 말했다.
“하늘의 도[天道]는 사사로움이 없어 늘 착한 사람과 함께 한다.”
백이와 숙제와 같은 사람은 착한 사람이라고 할 수 있지 않은가? 그러나 그들은 이처럼 어진 덕망을 쌓고 행실을 깨끗하게 했어도 굶어 죽었다.
또한 공자는 제자 일흔 명 중에서 안연만이 학문을 좋아한다고 칭찬하였다. 그러나 안연은 늘 가난해서 술지게미와 쌀겨 같은 거친 음식조차 배불리 먹지 못하고 끝내 젊은 나이에 죽고 말았다. 하늘이 착한 사람에게 복을 내려 준다면 어찌 이런 일이 있을 수 있는가? 춘추시대 말기에 나타난 도척은 날마다 죄 없는 사람을 죽이고 그들의 간을 날로 먹었다. 잔인한 짓을 하며 수천 명의 무리를 모아 제멋대로 천하를 돌아다녔지만 끝내 하늘에서 내려 준 자신의 수명을 다 누리고 죽었다. 이는 도대체 그의 어떠한 덕행에 의한 것인가? 이러한 것들은 그러한 사례 중에서도 가장 두드러진다.
최근 사례를 살펴보면 하는 일이 올바르지 않고 법령이 금지하는 일만을 일삼으면서도 한평생을 호강하며 즐겁게 살고 대대로 부귀가 이어지는 사람이 있다. 그런가 하면 걸음 한 번 내딛는 데도 땅을 가려서 딛고, 말을 할 때도 알맞은 때를 기다려 하며, 길을 갈 때는 작은 길로 가지 않고, 공평하고 바른 일이 아니면 떨쳐 일어나서 하지 않는데도 재앙을 만나는 사람은 그 수를 헤아릴 수 없을 만큼 많다. 이런 사실은 나를 매우 당혹스럽게 한다. 만약에 이러한 것이 **하늘의 도**라고 한다면 옳은 것인가? 그른 것인가?
공자는 이렇게 말했다.
“길이 다르면 서로 도모하지 않는다.”
이것은 사람은 제각기 자기의 뜻을 좇아서 행한다는 말이다. 또한 공자는 다음과 같은 말들도 했다.
“부귀가 찾아서 얻을 수 있는 것이라면 말채찍을 잡는 천한 일자리라도 나는 하겠다. 또 만일 찾아서 얻을 수 없다면 나는 내가 좋아 하는 것을 좇겠다.”
“**추운 계절**이 되고 나서야 비로소 소나무와 잣나무가 시들지 않는다는 것을 안다.”
세상이 다 흐려졌을 때 비로소 깨끗하고 맑은 사람이 드러난다. 어찌하여 세상 사람들은 그토록 부귀한 사람을 중시하고, 깨끗하고 맑은 사람을 하찮게 여길까?

– 사마천, 『사기』

(다)

이웃에 장생(張生)이라는 자가 살고 있었다. 장차 집을 지으려고 산에 들어가 재목을 구하였는데 빽빽이 들어찬 나무들 모두가 구불구불하게 비틀어져 용도에 맞지 않았다. 그런 가운데 산속에 있는 무덤가에 나무 한 그루가 서 있었는데 앞에서 보아도 곧바르고 왼쪽에서 보아도 쭉 뻗었으며 오른쪽에서 보아도 곧기만 하였다. 그래서 좋은 재목이라 생각하고는 도끼를 들고 그쪽으로 가서 뒤에서 살펴보니 슬쩍 구부러져 쓸 수 없는 나무였다. 이에 도끼를 내던지고 탄식하였다.
“아, 재목이 될 나무는 얼른 보아도 쉽게 알 수가 있어 고르기가 용이한 법인데, 이 나무의 경우는 내가 세 번이나 다른 쪽에서 살폈어도 쓸모없는 나무라는 것을 알지 못하였다. 그러니 용모를 그럴듯하게 꾸미면서 속마음을 숨기고 있는 사람의 경우야 더 말해 무엇하겠는가. 그 말을 들어 보면 조리가 정연하고 그 용모를 살펴보면 선량하게만 여겨지며 사소한 행동을 관찰해 보아도 삼가며 몸을 단속하고 있으니 영락없이 군자의 모습이라고 할 것인데, 급기야 큰 변고를 당해 절개를 지켜야 할

때에 가서는 본래의 정체를 여지없이 드러내고 마니, 국가가 결딴나고 마는 것은 늘 이런 자들 때문이다.

대저 나무의 생장 과정을 보건대, 소나 염소가 짓밟지도 않고 도끼나 자귀에 의해 해침을 받지도 않은 채 비와 이슬을 맞고 무성해지면서 밤낮으로 커 나가니 쭉쭉 뻗어 곧게 올라가야 마땅할 것인데도 그만 이토록 구부러져 쓸모없이 되는 경우가 또한 있게 되는 것이다. 그런데 하물며 이 세상에 몸을 담고 있는 사람의 경우야 더 말할 나위가 있겠는가. 물욕(物慾)이 참된 성품을 혼탁하게 하고 이해관계가 분별력을 흐리게 한 나머지 천성(天性)이 왜곡되어 본래의 모습에서 일탈된 경우가 이루 헤아릴 수 없이 많으니, 별나게 행동하며 속임수를 쓰는 자는 많고 바르고 곧게 행동하는 자가 적은 것이 하나도 이상할 게 없다.”

장생은 마침내 이 일을 나에게 이야기하였다. 내가 대답하였는데, 그 말이 이러하였다.

“관찰력이 대단하다고 하겠다. 그렇지만 나 역시 해 줄 말이 있다. 『서경』의 「홍범」 편에서 오행(五行)을 논할 때 나무에 대해서는 그 속성이 구부러지고 바르다 하였다. 그러고 보면 나무가 굽었을 경우 재목으로는 쓸 수 없을지 몰라도 속성으로 볼 때는 원래가 그러한 것이다. 하지만 사람의 경우는 태어날 때부터의 속성이 바르기만 하니 바르게 행하지 않고도 살아갈 수 있는 것은 요행히 면한 것이라고나 해야 할 것이다. 그러고 보면 사람으로 태어나 정직하게 살아가지 않는데도 죽음을 면하는 것 역시 요행이라고 해야 할 것이다.

그런데 내가 세상을 보건대, 나무가 구부러졌을 경우는 비록 보잘것없는 목수라 하더라도 가져다 쓰는 법이 없지만, 사람이 곧지 못할 경우에는 아무리 정치를 잘 하는 시대라 하더라도 내버리고 쓰지 않은 적이 없다. 자네도 큰 건물을 한 번 보게나. 마룻대나 기둥이나 서까래는 말할 것도 없고 구름 모양으로 꾸미거나 물결처럼 장식할 경우에도 구부러진 재목이 있는 것을 보지 못할 것이다. 이번에는 조정을 한 번 보게나. 공경과 사대부로서 화려한 관복을 입고 조정에서 거드름을 피우는 자들치고 바른 도를 소유한 자는 보지 못할 것이다. 이처럼 구부러진 나무는 늘 불행하지만 비뚤어진 사람은 마냥 행복하기만 하다. ‘활줄처럼 곧으면 길가에서 죽고 갈고리처럼 굽으면 공후(公侯)에 봉해진다.’는 말도 있지 않은가. 이 말을 통해서도 굽은 선비가 굽은 나무보다 대우를 받는다는 것을 증명할 수 있을 것이다.”

– 장유, 「곡목설」

[문제 1–1] 제시문 (가)와 (나)에는 각각 ‘법전의 규정’과 ‘하늘의 도’에 대한 비판적인 시각이 나타나 있다. 그 내용과 이유를 요약하고, 이를 바탕으로 ‘우리들의 문명’을 개선하고 ‘추운 계절’을 이겨내기 위해 필요한 조건들에 대해 논하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 1–2] 제시문 (다)의 ‘장생’이 제시한 나무와 사람의 유사성과 ‘나’가 제시한 나무와 사람의 차이점을 요약하고, 이들의 견해를 활용하여 제시문 (나)의 ‘도척’과 같은 자가 세상에 나타나게 되는 이유를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

가질 수 없는 것은 나쁘고 가질 수 있는 것은 좋다. 이는 인간이면 누구나 가지고 있는 마음으로 결코 그릇된 마음가짐이라고 할 수는 없다. 사람은 누구나 일하고 공부하고 다른 사람과 교제하면서 어려움과 장애를 만나게 되고, 그럴 때면 의식적이든 무의식적이든 간에 긴장된 상태에서 벗어나 마음의 안정을 찾으려는 경향이 있다. 이것은 인간의 자기보호 본능이며 이를 '자아 방어 기제'라고 부른다.

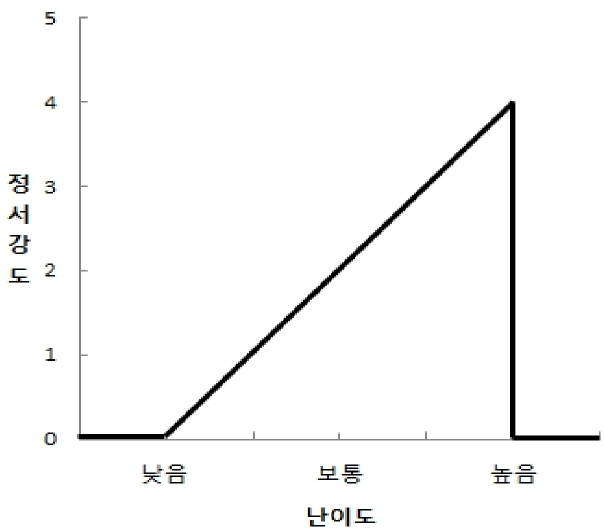
포도 덩굴에 잘 익은 포도가 한가득 열렸다. 보석 같이 반짝이는 탐스런 포도 열매를 보고 어느 누가 그것을 따먹고 싶지 않겠는가? 여우도 포도를 먹고 싶어 아침부터 포도나무 아래에 자리를 차지하고 기다리고 있었다. 여우는 하루 종일 아무것도 먹지 못해 배가 등가죽에 달라붙을 지경이었다. 여우는 잘 익은 포도를 올려다보며 침을 흘렸다. 그러나 포도는 높은 곳에 있어서 그냥 쉽게 먹을 수가 없었다.
"어떡하지?"
"그래. 맞다. 높이 뛰어 오르면 포도를 딸 수 있을 거야."
여우는 혼자 중얼거리다 뒤로 몇 발작 물러선 다음 앞다리를 길게 뻗어 뛰어 올랐다. 하지만 안타깝게도 손이 포도에 닿을락 말락하면서 땅에 떨어졌다.
여우는 다시 한 번 시도를 했지만 실패했다. 그래도 포기하지 않고 계속 시도를 했지만 배는 더욱 더 고프고 힘도 딸려 포도는 점점 더 높게만 느껴졌다.
그때 바람이 불자 마른 포도 잎이 사르륵 소리를 내며 땅으로 떨어졌다.
그것을 보며 여우는 이런 생각을 했다.
'저 잎 대신 포도가 한 송이 떨어지면 얼마나 좋을까?'
여우는 고개를 들어 포도를 쳐다보며 바람이 불기를 기다렸다. 그러나 여우의 기대와는 달리 포도는 바람에 흔들리지 않았다.
그 순간 여우는 갑자기 웃으면서 자기 자신을 위로했다.
"저 포도는 아직 덜 익어서 시고 떫을 거야. 괜히 먹었다가는 혀만 얼얼해질 테고, 어차피 뱉을 거 먹어서 뭐한담. 저런 신 포도는 줘도 안 먹는다."
여우는 굶주린 배를 잡고 웃으면서 돌아섰다.

『이솝 우화』를 본 사람은 분명 이 여우와 신 포도 이야기를 기억할 것이다. 이 우화는 전 세계에 널리 퍼져 아마도 모르는 사람이 거의 없을 것이다. 서양에서는 신 포도를 뜻하는 'sour grapes'라는 단어가 사전에 실려 있을 정도다. 이는 '손에 넣지 못한 것은 좋지 않다.'라는 의미로 쓰이며, '합리화(rationalization)'라는 자아 방어 기제의 한 가지 유형에 해당된다. 사실 일상생활에서 우리도 여우와 비슷한 상황을 자주 접하게 된다. 회사에서 승진을 못할 경우, 마음의 평화를 찾고 자신을 위로하기 위해 직위가 높아지면 책임질 일이 더 많아지니까 차라리 지금처럼 편하게 사는 게 더 좋다고 생각할 수 있다.
한편, '신 포도' 기제와 대비되는 '단 레몬' 기제도 합리화의 유형에 속한다. 단 레몬 기제란 자신이 가진 것이 설령 만족스럽지 않더라도 그것이 좋다고 생각하는 것이다. 레몬이 실제로 시고 떫더라도 어쩔 수 없이 먹어야 하기 때문에 달고 맛있다고 여기며 합리화한다. 레몬이 실제로 달콤할 리

는 없기 때문이다. 예를 들어, 반품이나 환불이 안 되는 옷을 샀는데 집에 와서 다시 보니 가격만 비싸고 색깔이 별로 마음에 들지 않았다. 그럼에도 남들에게는 그 옷이 최신 유행 스타일임을 강조하며 비싼 가치를 하는 것처럼 말하는 것이다. 사람들은 자신이 이미 얻은 것이나 선택한 행동이 만족스럽지 못할 때, 그 결과를 받아들이기 위해 그럴듯한 이유를 붙여 좋게 믿는 경향이 있다. 바꿀 수 없는 결과에 대해 좋은 의미를 부여함으로써 자존감을 유지하고 외부의 비난으로부터 자신을 보호하려는 우리 마음의 기제가 작동한 것이다.

(나)

정서 강도 이론(theory of emotional intensity)에 따르면, 정서는 목표를 향한 어떤 행동을 이끄는 동기적 상태를 말한다. 정서의 강도는 어떤 목표(표적, target)를 향한 열망의 수준을 의미하며, 이 때 정서 강도는 목표를 획득하는 난이도에 따라 영향을 받는다고 한다. 일반적으로 목표를 획득하는 데 필요한 어려움(난이도)이 클수록 더 많은 양의 노력이 요구되며, 더 많은 노력이 투입될수록 정서 강도는 커지게 된다. 아래 <그림>은 목표를 획득하는 데 따르는 어려움(난이도)과 정서 강도의 관계를 나타낸다.



<그림> 정서 강도와 목표 획득 난이도의 관계

(다)

인지 부조화 이론(theory of cognitive dissonance)에 따르면, 사람들은 태도, 신념, 그리고 행동의 여러 측면들 가운데서 어떤 불일치를 지각하게 되면 불쾌한 내적 상태, 즉 '인지 부조화'가 생기고 그 상태를 가능하면 해소하려는 경향이 있다고 한다. 자기 자신 및 자신의 행동과 주위 환경에 대한 지식을 인지요소라고 부른다. 인지요소는 매우 다양하며, 그것들은 서로 관계가 있는 것도 있고 그렇지 않은 것도 있다. 서로 관련이 있는 인지요소 사이에도 서로 일치하는 것이 있는가 하면 서로 부조화를 이루는 것들도 있다. 그러나 인간은 항상 마음의 안정을 원하기 때문에 객관적으로 인지요소들을 일치시키려고 한다. A와 B, 두 가지 인지요소가 서로 충돌하면 인지체계 안에서 부조

화가 일어난다. 사람들은 이때 빨리 부조화를 깨고 그것들을 일치시키려는 동기를 갖게 된다. 인지요소 간의 부조화가 심해지면 그것을 해소하려는 욕구는 더욱 강해진다. 인지적 일관성을 유지하려는 동기 때문이다.

인지부조화를 해소하려면 다음 세 가지 과정 중 하나를 거쳐야만 한다. 첫째, 두 가지 인지요소 중 하나를 중요하지 않게 생각한다. 둘째, 두 가지 인지요소 중 하나를 변화시킨다. 셋째, 조화를 이룰 수 있는 새로운 인지요소를 추가한다. 예를 들면, 흡연자의 마음에 '나는 담배를 핀다'와 '흡연은 암을 초래한다'는 두 가지 인지요소가 있다. 그 사람은 '담배는 좋다'와 '담배는 해롭다'의 두 가지 갈등적인 인지요소로 긴장을 경험할 것이다. 이 부조화를 어떻게 극복하는가? 그는 두 가지 인지요소 중 하나를 중요하지 않게 생각하거나('흡연이 폐암의 원인임을 보여주는 증거는 설득력이 약하다'), 두 가지 인지요소 중 하나를 변화시키거나('금연을 결심하고 금연껌을 씹는다'), 새로운 인지요소를 추가한다('나는 담배를 피기는 하지만 많이 피지는 않는다' 혹은 '나는 타르가 적은 담배를 핀다').

(라)

세계의 종말을 기다리고 있던 한 종파의 사례를 소개하고자 한다. 그 종파의 교주는 자기가 외계의 수호신들로부터 신탁을 받았노라고 공표했다. 조만간 큰 홍수가 있으리라는 것이었다. 진정한 신도들만이 구원을 받아 정해진 날 자정에 비행접시로 구출된다는 것이다. 최후 심판의 날, 그 종파의 신도들은 떼 지어 몰려들어서 대홍수가 일어나기만을 기다렸다. 이 종파의 어떤 신도들은 직장에 사표를 내기도 했고 저축한 돈을 모두 써버리기까지 했다. 비행접시의 도착시간이 되었다. 시간은 계속 흘렀다. 시간이 지날수록 긴장이 고조되었다. 급기야 그 종파의 지도자는 또 다른 신탁을 받았다. 즉, 신자들의 신앙에 대한 보답으로 전 세계가 구원을 받았다는 것이다. 폭발적인 환호가 집단 속에서 터져 나왔고 그 신자들은 전보다 더 독실한 신자가 되었다. 상식적으로 보면 예언대로의 사건이 일어나지 않았으므로 아마도 신자들이 종파의 교주나 외계의 수호신들에 대한 믿음을 버릴 것이라고 예상할 법하다. 그러나 그들은 이제 자신들의 믿음으로 종말에 처할 뻔 했던 지구를 지킬 수 있었다고 생각하게 되었다.

[문제 2-1] 제시문 (나)의 <그림>에 나타난 정서 강도와 목표 획득 난이도 사이의 관계를 투입된 노력과 연결하여 설명하고, 제시문 (가)의 배고픈 여우의 행동을 제시문 (나)의 <그림>을 적용하여 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 2-2] 제시문 (라)의 사례를 제시문 (가)의 단 레몬 기제와 제시문 (다)의 인지부조화 이론으로 각각 해석해 보시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

2016학년도 인문계열 모범답안

(경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회대학)

[문제 1]

[문제 1-1] 제시문 (가)와 (나)에는 각각 '법전의 규정'과 '하늘의 도'에 대한 비판적인 시각이 나타나 있다. 그 내용과 이유를 요약하고, 이를 바탕으로 '우리들의 문명'을 개선하고 '추운 계절'을 이겨내기 위한 필요조건에 대해 논하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

(가)는 법전의 규정이 상황과 맥락을 고려하지 않고 가혹하게 적용되는 현실을 비판하고 있다. 장발장의 사례에서 볼 수 있듯이 가혹한 법의 적용이 한 사람의 인생을 파멸에 이르게 할 수 있기 때문이다. (나)는 착한 사람과 함께 하지 않는 하늘의 도를 의심하고 있다. 혹자가 말한 대로 하늘의 도리가 착한 사람과 함께 한다면 백이와 숙제, 안연과 같은 이들이 고난을 겪고, 도척과 같은 자가 제멋대로 살 수 있어서는 안 된다고 보기 때문이다.

이러한 비판을 종합한다면, '우리들의 문명'은 '추운 겨울'과 같은 위기에 처해 있다고 할 수 있다. 그리고 이러한 위기를 극복하기 위해서는 가난하고 소외된 이들이 보호되고, 부귀한 이들보다 도덕적이고 선한 이들이 더욱 가치 있게 평가되는 사회를 만드는 것이 필요조건이라고 말할 수 있다. (410자)

[문제 1-2] 제시문 (다)의 '장생'이 제시한 나무와 사람의 유사성과 '나'가 제시한 나무와 사람의 차이점을 요약하고, 이들의 견해를 활용하여 제시문 (나)의 '도척'과 같은 자가 세상에 나타나게 되는 이유를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

'장생'은 재목이 될 나무를 찾기 어려운 것처럼 사람의 속마음도 알아보기 어렵다는 점, 나무가 구부러져 쓸모없게 되는 것처럼 사람의 천성도 주위 환경에 따라 왜곡될 수 있다는 점을 나무와 사람의 유사성으로 제시하였다. 이에 비해 '나'는 나무는 굽어지는 것을 본래의 속성으로 하나 사람은 그 본성이 바르다는 점과 굽은 나무는 목수에 의해 쓰임을 얻지 못하지만 굽은 선비는 세상에 널리 쓰인다는 점을 그 차이로 제시하고 있다.

(다)의 견해를 따르면 세상에 '도척'과 같은 자가 나타나는 이유도 설명할 수 있다. 사람들이 물욕으로 참된 성품을 잃고, 바른 도를 버리고 권력을 누리는 이들이 대접받는 사회에서는 자신만을 위해 악행을 저지르는 자가 있어도 서로 비판하기 어렵고, 혹은 그것을 동경하기도 하여 '도척'과 같은 악인이 등장해도 막을 방도가 없는 것이다. (426자)

[문제 2]

[문제 2-1] 제시문 (나)의 <그림>에 나타난 정서 강도와 목표 획득 난이도 사이의 관계를 투입된 노력과 연결하여 설명하고, 제시문 (가)의 배고픈 여우의 행동을 제시문 (나)의 <그림>을 적용하여 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 2-2] 제시문 (라)의 사례를 제시문 (가)의 단 레몬 기제와 제시문 (다)의 인지부조화 이론으로 각각 해석해 보시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

❶ 목표를 획득하는 데 따르는 난이도가 낮으면 정서 강도는 약할 수밖에 없는데 왜냐하면 목표를 얻는 데 거의 노력이 요구되지 않기 때문이다. 목표 획득의 난이도가 어느 정도 높아질 때까지는, 난이도가 높아질수록 정서 강도도 점점 강해진다. 왜냐하면 목표를 얻는 데 점점 더 많은 양의 노력이 요구되기 때문이다. 하지만 목표 획득의 난이도가 일정 수준을 넘어서면 정서 강도는 뚝 떨어진다. 왜냐하면 목표를 얻는 게 아예 불가능해 보이기 때문이다.
배고픈 여우에게 매달려 있는 포도는 약간 높은 수준 정도의 난이도를 지닌 목표로 보였기 때문에 포도를 먹기 위한 노력을 지속하였고, 포도를 따먹기 위한 열망의 정서 강도가 점점 높아졌다. 하지만 결국 목표 획득의 난이도가 매우 높다는 것을 알게 되자 정서 강도가 뚝 떨어져서 포도를 향한 열망을 포기한 것이다. (418자)

❷ 단 레몬 기제에 따르면 사람들은 이미 얻은 것이나 선택한 행동이 만족스럽지 못할 때, 자존감을 유지하고 외부의 비난으로부터 자신을 보호하려는 동기에서 바꿀 수 없는 결과에 대해 좋은 의미를 부여한다. 세계 종말의 신탁과 구원이 현실로 이루어지지 않았을 때, 신도들은 자신들의 강한 신앙이 보답 받은 것이라고 그럴듯한 의미를 부여함으로써 자아를 방어한 것으로 해석할 수 있다. 한편, 인지부조화 이론으로 해석해 보면, 종말로부터 구원받을 것에 대한 믿음과 실제로 종말이 발생하지 않았다는 사실 간의 불일치는 고통스러운 인지적 부조화를 초래하기 때문에, 인지적 일관성을 유지하기 위해 새로운 인지요소를 추가하여 부조화를 해소하려 한 것으로 볼 수 있다. 수호신에 대한 믿음과 현재의 의심 사이에서 고통스러운 부조화는 새로운 신탁을 믿음으로써 해소될 수 있기 때문이다. (444자)

2016학년도 인문계열 채점기준
(경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회대학)

[문제 1-1] 제시문 (가)와 (나)에는 각각 '법전의 규정'과 '하늘의 도리'에 대한 비판적인 시각이 나타나 있다. 그 내용과 이유를 요약하고, 이를 바탕으로 '우리들의 문명'을 개선하고 '추운 계절'을 이겨내기 위한 필요조건에 대해 논하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 1-2] 제시문 (다)의 '장생'이 제시한 나무와 사람의 유사성과 '나'가 제시한 나무와 사람의 차이점을 요약하고, 이들의 견해를 활용하여 제시문 (나)의 '도척'과 같은 자가 세상에 나타나게 되는 이유를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

1. 채점 시 유의 사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

❶ (가)는 법전의 규정이 상황과 맥락을 고려하지 않고 가혹하게 적용되는 현실을 비판하고 있다. 장 발장의 사례에서 볼 수 있듯이 가혹한 법의 적용이 한 사람의 인생을 파멸에 이르게 할 수 있기 때문이다. (나)는 착한 사람과 함께 하지 않는 하늘의 도리를 의심하고 있다. 혹자가 말한 대로 하늘의 도리가 착한 사람과 함께 한다면 백이와 숙제, 안연과 같은 이들이 고난을 겪고, 도척과 같은 자가 제멋대로 살 수 있어서는 안 된다고 보기 때문이다.
이러한 비판을 종합한다면, '우리들의 문명'은 '추운 겨울'과 같은 위기에 처해 있다고 할 수 있다. 그리고 이러한 위기를 극복하기 위해서는 가난하고 소외된 이들이 보호되고, 부귀한 이들보다 도덕적이고 선한 이들이 더욱 가치 있게 평가되는 사회를 만드는 것이 필요조건이라고 말할 수 있다. (410자)

❷ '장생'은 재목이 될 나무를 찾기 어려운 것처럼 사람의 속마음도 알아보기 어렵다는 점, 나무가 구부러져 쓸모없게 되는 것처럼 사람의 천성도 주위 환경에 따라 왜곡될 수 있다는 점을 나무와 사람의 유사성으로 제시하였다. 이에 비해 '나'는 나무는 굽어지는 것을 본래의 속성으로 하나 사람은 그 본성이 바르다는 점과 굽은 나무는 목수에 의해 쓰임을 얻지 못하지만 굽은 선비는 세상에 널리 쓰인다는 점을 그 차이로 제시하고 있다.
(다)의 견해를 따르면 세상에 '도척'과 같은 자가 나타나는 이유도 설명할 수 있다. 사람들이 물욕으로 참된 성품을 잃고, 바른 도를 버리고 권력을 누리는 이들이 대접받는 사회에서는 자신만을 위해 악행을 저지르는 자가 있어도 서로 비판하기 어렵고, 혹은 그것을 동경하기도 하여 '도척'과 같은 악인이 등장해도 막을 방도가 없는 것이다. (426자)

3. 세부 지침

1 내용면: ❶ ❷에 해당하는 내용을 모두 포함한 경우 -------------------------------- 40점

❶ (가), (나)의 비판적 시각 요약과 사회 개선 방안 도출 ---------------------------- 20점

① (가), (나)의 비판적 시각

- (가)에 대해 '법전의 규정'이 가혹하게 적용된다고 본다는 점, 가혹한 법 적용이 인생을 파괴할 수도 있다는 점을 모두 언급하면 6점.
- (나)에 대해 '하늘의 도'를 의심한다는 점, 착한 사람이 고난을 겪고 악인이 잘 산다는 점을 모두 언급하면 6점.

② '우리들의 문명'을 개선하고 '추운 계절'을 이겨내기 위한 필요조건

- 가난하고 소외된 이들이 보호되어야 한다는 점, 도덕적인(선한) 이들이 높게 평가되어야 한다는 점을 모두 언급하면 8점.

❷ '장생'과 '나'의 견해 요약과 '도척' 같은 자가 나타날 수 있는 이유 ----------------- 20점

① '장생'과 '나'의 견해 요약

- '장생'의 견해에 대해 재목이 될 나무를 찾기 어려운 것처럼 사람의 속마음도 알아보기 어렵다는 점, 나무가 구부러져 쓸모없게 되는 것처럼 사람의 천성도 환경에 따라 왜곡될 수 있다는 점을 모두 언급하면 6점.
- '나'의 견해에 대해 나무는 굽어지는 것이 본성이나 사람은 바른 것이 본성이라는 점, 굽은 나무는 쓰이지 않으나 굽은 선비는 세상에 쓰인다는 점을 모두 언급하면 6점.

② '도척' 같은 이가 나타날 수 있는 이유

- 참된 성품의 사람들이 적은 사회, 부당하게 권력을 누리는 이들이 대접받는 사회라는 점을 모두 언급하면 8점.

2 표현면 --- 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0)

❶ 어휘력: 적절한 어휘 사용

❷ 문장력: 문법적인 문장 구사

❸ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1, 2 각각 분량 5점 감점

- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

[문제 2–1] 제시문 (나)의 <그림>에 나타난 정서 강도와 목표 획득 난이도 사이의 관계를 투입된 노력과 연결하여 설명하고, 제시문 (가)의 배고픈 여우의 행동을 제시문 (나)의 <그림>을 적용하여 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 2–2] 제시문 (라)의 사례를 제시문 (가)의 단 레몬 기제와 제시문 (다)의 인지부조화 이론으로 각각 해석해 보시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

1. 채점 시 유의 사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

❶ 목표를 획득하는 데 따르는 난이도가 낮으면 정서 강도는 약할 수밖에 없는데 왜냐하면 목표를 얻는 데 거의 노력이 요구되지 않기 때문이다. 목표 획득의 난이도가 어느 정도 높아질 때까지는, 난이도가 높아질수록 정서 강도도 점점 강해진다. 왜냐하면 목표를 얻는 데 점점 더 많은 양의 노력이 요구되기 때문이다. 하지만 목표 획득의 난이도가 일정 수준을 넘어서면 정서 강도는 뚝 떨어진다. 왜냐하면 목표를 얻는 게 아예 불가능해 보이기 때문이다.
배고픈 여우에게 매달려 있는 포도는 약간 높은 수준 정도의 난이도를 지닌 목표로 보였기 때문에 포도를 먹기 위한 노력을 지속하였고, 포도를 따먹기 위한 열망의 정서 강도가 점점 높아졌다. 하지만 결국 목표 획득의 난이도가 매우 높다는 것을 알게 되자 정서 강도가 뚝 떨어져서 포도를 향한 열망을 포기한 것이다. (418자)

❷ 단 레몬 기제에 따르면 사람들은 이미 얻은 것이나 선택한 행동이 만족스럽지 못할 때, 자존감을 유지하고 외부의 비난으로부터 자신을 보호하려는 동기에서 바꿀 수 없는 결과에 대해 좋은 의미를 부여한다. 세계 종말의 신탁과 구원이 현실로 이루어지지 않았을 때, 신도들은 자신들의 강한 신앙이 보답 받은 것이라고 그럴듯한 의미를 부여함으로써 자아를 방어한 것으로 해석할 수 있다.
한편, 인지부조화 이론으로 해석해 보면, 종말로부터 구원받을 것에 대한 믿음과 실제로 종말이 발생하지 않았다는 사실 간의 불일치는 고통스러운 인지적 부조화를 초래하기 때문에, 인지적 일관성을 유지하기 위해 새로운 인지요소를 추가하여 부조화를 해소하려 한 것으로 볼 수 있다. 수호신에 대한 믿음과 현재의 의심 사이에서 고통스러운 부조화는 새로운 신탁을 믿음으로써 해소될 수 있기 때문이다. (444자)

3. 세부 지침

1 내용면: ❶ ❷에 해당하는 내용을 모두 포함한 경우 -------------------------------- 40점

❶ <그림>을 기술하고 여우의 행동에 적용 -- 20점

- 난이도가 낮으면 노력할 필요가 없기 때문에 정서 강도가 낮다는 점을 언급하면 5점
- 난이도가 보통이거나 어느 정도 높으면 난이도가 높아짐에 따라 노력이 증가되면서 정서 강도가 높아진다는 점을 언급하면 5점
- 난이도가 매우 높으면 노력이 소용없기 때문에 정서 강도가 낮다는 점을 언급하면 5점
- <그림>의 관계를 여우의 행동에 적절히 적용하면 5점

❷ 사례를 두 가지 관점에서 해석 -- 20점

- ‘단 레몬’ 기제를 적용하여 자존감을 유지하고 보호하려는 목적을 언급하면 5점
- ‘단 레몬’ 기제를 적용하여 그럴듯한 좋은 의미를 부여하려는 시도를 언급하면 5점
- ‘인지부조화’ 이론을 적용하여 인지적 일관성을 유지하려는 목적을 언급하면 5점
- ‘인지부조화’ 이론을 적용하여 새로운 인지요소를 추가하려는 시도를 언급하면 5점

2 표현면 -- 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0)

❶ 어휘력: 적절한 어휘 사용

❷ 문장력: 문법적인 문장 구사

❸ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1, 2 각각 분량 5점 감점

- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

AU
1973
AJOU UNIVERSITY

5

2015 논술고사 기출문제, 모범답안, 채점기준

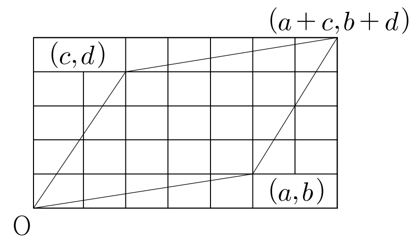
AJOU UNIVERSITY

AU 1973 AJOU UNIVERSITY

2015학년도 자연계열 기출문제
(오전 : 정보통신대학, 자연과학대학, 간호대학)

[문제 1] 〈50점〉 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

(가) 격자점이란 평면 위에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점을 의미한다. 격자다각형이란 모든 꼭짓점이 격자점인 다각형이다. 평행사변형인 격자다각형의 넓이는 비교적 쉽게 구할 수 있다. 원점 O와 세 격자점 (a,b), (c,d), $(a+c,b+d)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 P의 넓이는 다음과 같은 간단한 계산을 통해 얻어진다. 만일 (a,b), (c,d)가 아래 그림처럼

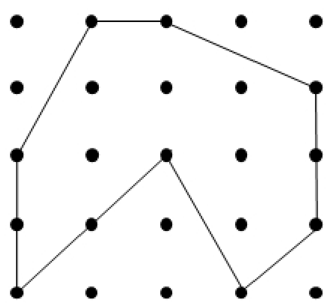


주어지면 P의 넓이는 전체 사각형에서 바깥 부분의 넓이를 빼서 얻을 수 있으므로
P의 넓이 $=(a+c)(b+d)-2\left(\dfrac{ab}{2}+\dfrac{cd}{2}+bc\right)=ad-bc$이다. 보다 일반적으로 평행사변형 P의 넓이는 $|ad-bc|$으로 얻을 수 있다.

격자다각형의 넓이를 구하는 일반적인 방법으로 픽의 정리(Pick's theorem)가 있다. 격자다각형 내부의 격자점 개수를 I, 변 위의 격자점 개수를 B라 하면 다각형의 넓이 S는

$$S=I+\frac{B}{2}-1$$

로 계산할 수 있다. 이때 다각형이 반드시 볼록 다각형일 필요는 없다. 예를 들어 아래와 같은 격자다각형은 내부에 6개의 격자점, 변 위에 11개의 격자점이 있으므로 그 넓이가 $\dfrac{21}{2}$이다.



픽의 정리를 활용하여 정삼각형은 격자다각형이 될 수 없음을 보이자. 정삼각형인 격자다각형이 있다고 가정하자. 이 도형의 한 변의 길이를 a라 하면 이 도형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$이 되는데 격자삼각형이라는

사실로부터 a^2은 정수이다. 따라서 이 도형의 넓이는 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 결론적으로 정삼각형은 격자다각형이 될 수 없다.

(나) 평면 위의 두 격자점 (a,b), (c,d)를 생각하자. 이 두 격자점의 덧셈과 뺄셈을 다음과 같이 정의한다.

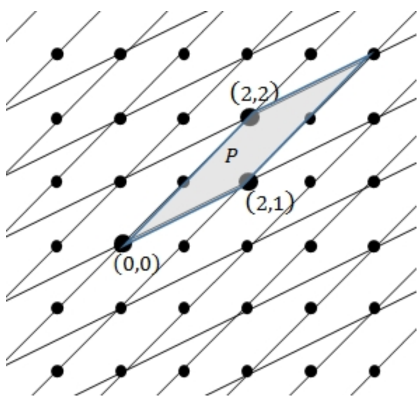
$$(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d),\ (a,b)-(c,d)=(a-c,b-d)$$

두 격자점을 유한 번 더하거나 빼서 평면 위의 모든 격자점을 표현할 수 있으면 이 두 격자점을 **<u>좋은 짝꿍</u>**이라고 하자. 즉, 임의의 격자점 (x,y)를

$$m(a,b)+n(c,d)=(ma+nc,\ mb+nd)\ (\text{단, } m,n\text{은 정수})$$

로 표현할 수 있으면 두 격자점 (a,b), (c,d)는 좋은 짝꿍이 된다. 예를 들어, 두 격자점이 (1,0), (0,1)이면 임의의 격자점 (x,y)는 $x(1,0)+y(0,1)$로 표현할 수 있으므로 (1,0), (0,1)은 좋은 짝꿍이 된다. 하지만 두 격자점이 (2,1), (2,2)라면 이 두 점으로는 (1,1)을 표현할 수 없으므로 이 두 점은 좋은 짝꿍이 아니다.

이제 두 격자점 (a,b), (c,d)가 좋은 짝꿍이기 위한 필요충분조건을 찾아보자. 원점과 세 점 (a,b), (c,d), $(a+c,b+d)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형을 P라 하자. 원점에서 (a,b), (c,d) 방향으로 두 직선을 긋고 이 두 직선과 평행하면서 같은 간격을 가지도록 여러 직선을 그어 평행사변형 P와 합동인 도형이 반복해서 나오도록 하자.



이때 각 평형사변형의 꼭짓점은 정확히 $m(a,b)+n(c,d)$ 꼴로 표현될 수 있음을 알 수 있고 이들 꼭짓점을 제외하고는 $m(a,b)+n(c,d)$로 표현될 수 있는 격자점은 없다. 따라서 두 격자점이 좋은 짝꿍일 필요충분조건은 P의 내부나 변에 네 꼭짓점을 제외한 다른 격자점이 존재하지 않는 것이다. 픽의 정리에 따르면 이러한 P의 넓이는 1이다. 따라서 (가)에 의하면, 두 격자점 (a,b), (c,d)가 좋은 짝꿍이 될 필요충분조건은 $|ad-bc|=1$이다.

한편 좋은 짝꿍인 두 격자점 (a,b), (c,d)에 대하여 일차변환 F의 행렬을 $A=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$라 하자. 만일 또 다른 두 격자점 (e,f), (g,h)가 좋은 짝꿍이라면 이 두 격자점을 일차변환 F로 보내서 얻어지는 두 점 $(ae+cf,be+df)$, $(ag+ch,bg+dh)$ 역시

$$|(ae+cf)(bg+dh)-(be+df)(ag+ch)|=|(ad-bc)(eh-gf)|=1$$

을 만족하므로 좋은 짝꿍이 된다.

[문제 1-1] 〈15점〉 두 격자점 $(6,5)$와 $(7,a)$가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$를 m번, $(7,a)$를 n번 더해 $(2015,b)$가 될 때, 가능한 $a+b$의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n은 0 이상의 정수)

[문제 1-2] 〈15점〉 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$인 것을 의미한다. 여기서 φ는 $x^2-x-1=0$의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[문제 1-3] 〈20점〉 원점 O를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 ABCD가 있다. 이때, 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지남을 보여라.

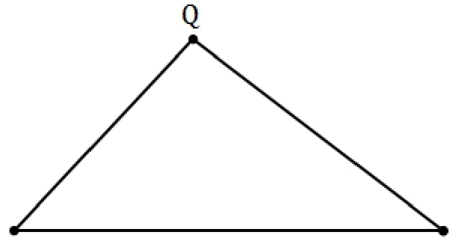
[문제 2] 〈50점〉 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

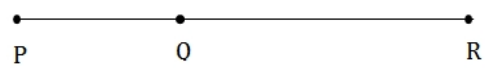
(가) 거리함수란 주어진 집합에 속한 임의의 두 원소 간의 거리를 정하는 함수이다. 거리라는 개념은 유클리드 기하에서와 같이 우리가 그동안 사용해 오던 방식으로 정할 수 있지만, 수학적으로 더욱 일반화할 수도 있다. 구체적으로 집합 X의 임의의 두 원소 P, Q에 대하여 실수 $d(\mathrm{P},\mathrm{Q})$가 주어져 있다고 하자. X에 속하는 모든 원소 P, Q, R에 대하여 다음 성질들이 성립할 때 d를 X 위의 거리함수라고 한다.

(i) $d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) \ge 0$
(ii) $d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{P} = \mathrm{Q}$
(iii) $d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = d(\mathrm{Q},\mathrm{P})$
(iv) $d(\mathrm{P},\mathrm{R}) \le d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) + d(\mathrm{Q},\mathrm{R})$

이 성질들은 우리가 평소에 사용하는 거리라는 개념의 일반적인 성질들을 나타낸다. 거리는 음이 아닌 실수 값을 가지고, 같은 점 사이의 거리는 0이지만 서로 다른 두 점 사이의 거리는 양수이다. 또한, 두 점 P와 Q 사이의 거리는 Q와 P 사이의 거리와 같다.

거리함수의 성질 중 (iv)는 **삼각부등식**으로 알려져 있으며, 삼각형에서 두변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크다는 사실을 일반화한 것이다. 아래 그림에서와 같이 평면위의 서로 다른 세 점 P, Q, R이 삼각형을 이루는 경우 $\overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QR}} > \overline{\mathrm{PR}}$이고, 세 점 P, Q, R이 차례대로 일직선 위에 있는 경우에는 $\overline{\mathrm{PQ}} + \overline{\mathrm{QR}} = \overline{\mathrm{PR}}$이 성립한다. 이로부터 삼각부등식은 거리함수의 자연스러운 성질임을 확인할 수 있다.





예제 1. 평면 위의 임의의 두 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$에 대하여 $d(\mathrm{P},\mathrm{Q})$를

$$d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

으로 정의하면 d는 거리함수가 된다. 성질 (i), (ii), (iii)은 쉽게 확인 가능하다. 성질 (iv)를 증명해 보자. $\mathrm{P}(x_1, y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$, $\mathrm{R}(x_3, y_3)$에 대하여

$$\begin{aligned}(d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) + d(\mathrm{Q},\mathrm{R}))^2 - (d(\mathrm{P},\mathrm{R}))^2 &= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 \\ &\quad + 2\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}\sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} \\ &\quad - (x_1 - x_3)^2 - (y_1 - y_3)^2 \\ &= 2\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}\sqrt{(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2} \\ &\quad - 2(x_1 - x_2)(x_2 - x_3) - 2(y_1 - y_2)(y_2 - y_3)\end{aligned}$$

이 성립한다. 코시-슈바르츠 부등식, 즉 $\left|a_1b_1+a_2b_2\right| \le \sqrt{a_1^2+a_2^2}\sqrt{b_1^2+b_2^2}$ 을 적용하면 $(d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R}))^2-(d(\mathrm{P},\mathrm{R}))^2 \ge 0$을 얻고 따라서 $d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R}) \ge d(\mathrm{P},\mathrm{R})$이 성립한다.

예제 2. 실수들의 집합에서 두 실수 a와 b에 대하여 $d(a,b)=\sqrt{|a-b|}$ 로 정의하면 d는 거리함수이다. 성질 (i), (ii), (iii)은 쉽게 확인 가능하며 성질 (iv)는 아래 식으로부터 확인할 수 있다.

$$\begin{aligned}(\sqrt{|a-b|}+\sqrt{|b-c|})^2-(\sqrt{|a-c|})^2 &= |a-b|+|b-c|+2\sqrt{|a-b|}\sqrt{|b-c|}-|a-c| \\ &\ge |a-c|+2\sqrt{|a-b|}\sqrt{|b-c|}-|a-c| \\ &= 2\sqrt{|a-b|}\sqrt{|b-c|} \ge 0\end{aligned}$$

예제 3. 실수들의 집합에서 두 실수 a와 b에 대하여 $d(a,b)=(a-b)^2$으로 정의하면 d는 거리함수가 아니다. $d(0,2)=2^2=4$, $d(0,1)=1$, $d(1,2)=1$로부터 성질 (iv)가 성립하지 않음을 확인할 수 있다.

(나) 세 양수가 주어졌을 때 평면에서 이 수들을 세 변의 길이로 갖는 삼각형이 존재하기 위한 필요충분조건은 가장 큰 수가 나머지 두 수의 합보다 작다는 것이다. 이 사실을 바탕으로 등비수열을 이루는 세 양수 a, ar, ar^2이 삼각형의 세 변의 길이가 되기 위한 조건을 살펴보자. 우선 $r \ge 1$인 경우 ar^2이 가장 큰 수이므로 $1+r>r^2$이다. 이를 풀면 $1 \le r < \varphi$이 된다. 여기서 φ는 황금비라 불리며 $\varphi^2-\varphi-1=0$을 만족하는 양의 실수이다. 한편 $0<r<1$인 경우는 a가 가장 큰 수이므로 $r+r^2>1$이고, 이를 풀면 $\varphi-1<r<1$을 얻는다. 따라서 a, ar, ar^2이 삼각형의 세 변의 길이가 되기 위한 필요충분조건은 $\varphi-1<r<\varphi$ 임을 알 수 있다.

[문제 2-1] 〈10점〉 임의의 두 실수 a, b에 대하여

$$d(a,b)=\frac{(a-b)^2}{1+|a-b|}$$

와 같이 정의된 d가 실수 집합 위의 거리함수인지 여부를 제시문 (가)에 근거하여 논하라.

[문제 2-2] 〈20점〉 집합 X 위의 거리함수 d가 주어져 있다. X의 임의의 두 원소 P, Q에 대하여 f를

$$f(\mathrm{P},\mathrm{Q})=\frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}$$

와 같이 정의하면 f는 X 위의 거리함수임을 보여라.

[문제 2-3] 〈20점〉 두 양수 a, b의 산술평균($A=\dfrac{a+b}{2}$), 기하평균($G=\sqrt{ab}$), 조화평균($H=\dfrac{2ab}{a+b}$)이 삼각형의 세 변의 길이가 될 필요충분조건은

$$\boxed{\alpha_1+\beta_1\varphi+\gamma_1\sqrt{1+2\varphi} \;<\; \frac{b}{a} \;<\; \alpha_2+\beta_2\varphi+\gamma_2\sqrt{1+2\varphi}}$$

이다. 유리수 α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2의 곱을 구하라.

2015학년도 자연계열 모범답안
(오전 : 정보통신대학, 자연과학대학, 간호대학)

[문제 1-1] 〈15점〉 두 격자점 $(6,5)$와 $(7,a)$가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$를 m번, $(7,a)$를 n번 더해 $(2015,b)$가 될 때, 가능한 $a+b$의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n은 0 이상의 정수)

[풀이] 두 격자점 $(6,5)$과 $(7,a)$는 좋은 짝꿍이므로 $6a-35=\pm 1$이 된다. a는 정수이므로 $a=6$이다. $m(6,5)+n(7,6)=(2015,b)$ 이므로, $6m+7n=2015$, $5m+6n=b$이다. 따라서 $n=\dfrac{2015-6m}{7}$이 되고, $b=5m+6n=5m+6\left(\dfrac{2015-6m}{7}\right)=\dfrac{12090}{7}-\dfrac{m}{7}$이다. 따라서 m이 작을수록 b값이 증가하고, b는 정수이므로 $m=1$일 때 b의 최댓값은 1727이다. 따라서 $a+b=6+1727=1733$.

[문제 1-2] 〈15점〉 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$인 것을 의미한다. 여기서 φ는 $x^2-x-1=0$의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[풀이] $\varphi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다. 황금 삼각형의 밑변의 길이를 a, 밑변이 아닌 변의 길이를 b라 하면, $b=\varphi a$가 성립하고, 이 삼각형의 높이는 $\sqrt{(\varphi a)^2-(a/2)^2}$이다, 따라서 이 도형의 넓이는

$$\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi^2-\frac{1}{4}}=\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi+\frac{3}{4}}=\frac{a^2}{4}\sqrt{5+2\sqrt{5}}\,.$$

이다. 만일 황금 삼각형이 격자다각형이라면 a^2은 정수이다. 한편, $q=\sqrt{5+2\sqrt{5}}$가 유리수라면 $\sqrt{5}=\dfrac{q^2-5}{2}$도 유리수이므로 모순이다. 따라서 q는 무리수이고, 이 도형의 넓이 또한 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자 다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 따라서 격자다각형인 황금 삼각형은 존재하지 않는다.

[문제 1-3] 〈20점〉 원점 O를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 ABCD가 있다. 이때, 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지남을 보여라.

[풀이1:볼록한 경우] 픽의 정리에 의하면 이 도형은 꼭짓점 A, B, C, D와 O를 제외하고는 어떤 격자점도 도형의 내부나 변에 포함하지 않는다. 따라서 A와 B, B와 C, C와 D, D와 A는 모두 좋은 짝꿍이다. A, B, C, D의 네 점을 차례대로 $(x_1,y_1),\ldots,(x_4,y_4)$라 두자. 한편 원점 O를 내부에 포함하므

로 $x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i$의 값이 i와 상관없이 1 또는 -1로 항상 일정함을 알 수 있다. 일반성을 잃지 않고 이 값을 1이라 하자. 행렬 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$의 역행렬은 $\dfrac{1}{x_1 y_2 - y_1 x_2}\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}$이고 이 행렬 역시 좋은 짝꿍과 연관된 행렬이다. 이 행렬로 나타나는 일차변환 F로 네 꼭짓점 A, B, C, D를 보내자. 이때 네 점의 좌표는 각각 $(1,0)$, $(0,1)$, (p,q), (r,s)라 할 수 있고, 여전히 인접한 두 점의 계산 값이 1이므로 $p=-1, s=-1$이고, $ps-qr=1$임을 알 수 있다. 따라서 $qr=0$, 즉, q와 r중의 하나는 0이 되어야 한다. 이는 $F(\mathrm{A})$, O, $F(\mathrm{C})$, 혹은 $F(\mathrm{B})$, O, $F(\mathrm{D})$이 직선상에 있음을 의미한다. 일차변환 F에 의해 직선으로 변환되는 도형은 직선이므로 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지난다.

[풀이2: 오목한 경우] 오목인 격자 사각형인 경우 적절한 반례를 제시하며 주어진 명제가 거짓임을 논리적으로 주장한 경우 만점처리함

[문제 2-1] 〈10점〉 임의의 두 실수 a, b에 대하여

$$d(a,b) = \frac{(a-b)^2}{1+|a-b|}$$

와 같이 정의된 d가 실수 집합 위의 거리함수인지 여부를 제시문 (가)에 근거하여 논하라.

[풀이] $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=2$ 인 경우, $d(x_1,x_3) = \dfrac{4}{1+2} = \dfrac{4}{3}$, $d(x_1,x_2) = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$, $d(x_2,x_3) = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$이다. 따라서 $d(x_1,x_3) > d(x_1,x_2) + d(x_2,x_3)$이다. 성질 (iv)가 성립하지 않으므로 거리함수가 아니다.

[문제 2-2] 〈20점〉 집합 X 위의 거리함수 d가 주어져 있다. X의 임의의 두 원소 P, Q에 대하여 f를

$$f(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = \frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}$$

와 같이 정의하면 f는 X 위의 거리함수임을 보여라.

[풀이] 제시문 (가)의 성질들을 확인해 보자.

(i)은 자명하다. (ii) $f(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}} = 0 \Leftrightarrow d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{P} = \mathrm{Q}$

(iii) $f(\mathrm{P},\mathrm{Q}) = \dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}} = \dfrac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{P})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{P})}} = f(\mathrm{Q},\mathrm{P})$

(iv) 0 이상의 실수들의 집합에서 정의된 함수 $h(t) = \dfrac{\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}$를 생각하자.

$h(t) = 1 - \dfrac{1}{1+\sqrt{t}}$로부터 h는 증가함수임을 알 수 있다. 세 점 $\mathrm{P}(x_1,y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2,y_2)$, $\mathrm{R}(x_3,y_3)$에 대하여 $d(\mathrm{P},\mathrm{R}) \le d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) + d(\mathrm{Q},\mathrm{R})$이므로

$$\begin{aligned} f(\mathrm{P},\mathrm{R}) &= \frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{R})}} \\ &= h(d(\mathrm{P},\mathrm{R})) \le h(d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})) \\ &= \frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}} \\ &\le \frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}+\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}} \\ &= \frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}} + \frac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}} \end{aligned}$$

여기서 두 번째 부등식은 제시문 (**가**)의 예제 2에 의해 성립한다.

한편 $d(\mathrm{P},\mathrm{Q}) \ge 0$과 $d(\mathrm{Q},\mathrm{R}) \ge 0$으로부터 부등식 $\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}} \le \dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}$와 $\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}} \le \dfrac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}$이 성립하므로 $f(\mathrm{P},\mathrm{R}) \le f(\mathrm{P},\mathrm{Q})+f(\mathrm{Q},\mathrm{R})$이 성립한다.

[별해] (성질 (iv)를 보이는 과정에서)

$A=\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}$, $B=\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}$, $C=\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{R})}$이라 놓으면

$A^2+B^2 \ge C^2$, 따라서 $(A+B)^2 \ge C^2+2AB \ge C^2$, 그러므로, $A+B \ge C$.

$$\begin{aligned} \frac{A}{1+A}+\frac{B}{1+B}-\frac{C}{1+C} &= \frac{A+B+2AB}{1+A+B+AB}-\frac{C}{1+C} \\ &= 1+\frac{AB-1}{1+A+B+AB}-1+\frac{1}{1+C} \\ &= \frac{AB-1+ABC-C+1+A+B+AB}{(1+A+B+AB)(1+C)} \\ &= \frac{ABC+2AB+A+B-C}{(1+A+B+AB)(1+C)} \ge \frac{ABC+2AB}{(1+A+B+AB)(1+C)} \ge 0 \end{aligned}$$

[문제 2–3] 〈20점〉 두 양수 a, b의 산술평균($A=\dfrac{a+b}{2}$), 기하평균($G=\sqrt{ab}$), 조화평균($H=\dfrac{2ab}{a+b}$)이 삼각형의 세 변의 길이가 될 필요충분조건은

$$\alpha_1+\beta_1\varphi+\gamma_1\sqrt{1+2\varphi} \ < \ \frac{b}{a} \ < \ \alpha_2+\beta_2\varphi+\gamma_2\sqrt{1+2\varphi}$$

이다. 유리수 α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2의 곱을 구하라.

[풀이] $\lambda=\dfrac{b}{a}$라 하면 $\lambda>0$이다. $AH=G^2$이므로 조화평균, 기하 평균, 산술 평균은 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 공비 $r=\dfrac{\frac{a+b}{2}}{\sqrt{ab}}=\dfrac{1+\lambda}{2\sqrt{\lambda}}$라 두자. $1+\lambda \ge 2\sqrt{\lambda}$이므로 $r \ge 1$이다. 제시문 (**나**)에 의하여, $1 \le r < \varphi$이다. 즉, $1 \le \dfrac{1+\lambda}{2\sqrt{\lambda}} < \varphi$이다. 이 부등식을 풀면

$\varphi - \sqrt{\varphi} < \sqrt{\lambda} < \varphi + \sqrt{\varphi}$ 이고 따라서

$$(\varphi - \sqrt{\varphi})^2 < \lambda < (\varphi + \sqrt{\varphi})^2$$

이다. 한편

$$\begin{aligned}(\varphi \pm \sqrt{\varphi})^2 &= \varphi^2 + \varphi \pm 2\varphi\sqrt{\varphi} = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi^3} \\ &= 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi^2 + \varphi} = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi^3} = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{1 + 2\varphi}\end{aligned}$$

이므로 부등식의 해는

$$1 + 2\varphi - 2\sqrt{1 + 2\varphi} < \lambda < 1 + 2\varphi + 2\sqrt{1 + 2\varphi}$$

이다. 이로부터 답 -16을 얻는다.

[별해] $\lambda = \dfrac{b}{a}$라 하면 $\lambda > 0$이다. 두 수 a, b의 산술 평균, 기하 평균, 조화 평균은 각각 $a \cdot \dfrac{1+\lambda}{2}$, $a \cdot \sqrt{\lambda}$, $a \cdot \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$ 이며 이 중 산술 평균이 가장 큰 값이다. 따라서 이 수들이 삼각형의 세 변이 되기 위한 필요충분조건은 $\dfrac{1+\lambda}{2} < \sqrt{\lambda} + \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$이다.

방정식 $\dfrac{1+\lambda}{2} = \sqrt{\lambda} + \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$의 근을 구해 보자. $\dfrac{1+\lambda}{2} - \dfrac{2\lambda}{1+\lambda} = \sqrt{\lambda}$, 이를 제곱하면 $\left(\dfrac{1+\lambda}{2} - \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}\right)^2 = \lambda$, 이를 정리한 후 양변에 $4(1+\lambda)^2$ 을 곱하면 $\lambda^4 - 8\lambda^3 - 2\lambda^2 - 8\lambda + 1 = 0$, 양변을 λ^2으로 나누고

$$(ㄱ) \qquad z = \lambda + \frac{1}{\lambda}$$

라 두면 $z^2 - 8z - 4 = 0$을 얻는다. 이 방정식의 양수 해는 $z = 4 + 2\sqrt{5} = 2(1 + 2\varphi)$이다. 이를 식 (ㄱ)에 대입하고 풀면 $\lambda = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi + \varphi^2}$ 을 얻는다. 따라서 부등식의 해는

$$1 + 2\varphi - 2\sqrt{1 + 2\varphi} < \lambda < 1 + 2\varphi + 2\sqrt{1 + 2\varphi}$$

이다. 이로부터 답 -16을 얻는다.

2015학년도 자연계열 채점기준
(오전 : 정보통신대학, 자연과학대학, 간호대학)

[문제 1-1] 〈15점〉 두 격자점 $(6,5)$와 $(7,a)$가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$를 m번, $(7,a)$를 n번 더해 $(2015,b)$가 될 때, 가능한 $a+b$의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n은 0 이상의 정수)

[풀이]

두 격자점 $(6,5)$과 $(7,a)$는 좋은 짝꿍이므로 $6a-35=\pm 1$이 된다. a는 정수이므로 $a=6$이다.
$m(6,5)+n(7,6)=(2015,b)$ 이므로, $6m+7n=2015$, $5m+6n=b$이다. 따라서 $n=\dfrac{2015-6m}{7}$이 되고, $b=5m+6n=5m+6\left(\dfrac{2015-6m}{7}\right)=\dfrac{12090}{7}-\dfrac{m}{7}$이다. 따라서 m이 작을수록 b값이 증가하고, b는 정수이므로 $m=1$일 때 b의 최댓값은 1727이다. 따라서 $a+b=6+1727=1733$.

[채점 기준]

- $a=6$ 구하기 **5점** (구하는 과정에서 $6a-35=\pm 1$의 마이너스 부호가 빠진 경우 **2점 감점**)
- 식 $6m+7n=2015$, $5m+6n=b$ 적기 **+3점**
- 완성하기 **+7점**

[문제 1-2] 〈15점〉 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$인 것을 의미한다. 여기서 φ는 $x^2-x-1=0$의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[풀이]

$\varphi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다. 황금 삼각형의 밑변의 길이를 a, 밑변이 아닌 변의 길이를 b라 하면, $b=\varphi a$가 성립하고, 이 삼각형의 높이는 $\sqrt{(\varphi a)^2-(a/2)^2}$이다, 따라서 이 도형의 넓이는

$$\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi^2-\frac{1}{4}}=\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi+\frac{3}{4}}=\frac{a^2}{4}\sqrt{5+2\sqrt{5}}\,.$$

이다. 만일 황금 삼각형이 격자다각형이라면 a^2은 정수이다. 한편, $q=\sqrt{5+2\sqrt{5}}$가 유리수라면 $\sqrt{5}=\dfrac{q^2-5}{2}$도 유리수이므로 모순이다. 따라서 q는 무리수이고, 이 도형의 넓이 또한 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자 다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 따라서 격자다각형인 황금 삼각형은 존재하지 않는다.

[채점 기준]

- 논지가 옳고 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 없다는 결론을 얻은 경우 만점으로 처리하며, 다음과 같은 경우 **각 3점 감점** 요인이 있음
  - q가 무리수인 이유가 빠진 경우
  - 격자다각형이므로 a^2이 정수라는 내용이 빠진 경우
  - 황금비 계산이 잘못된 경우
  - 넓이 또는 높이 계산식이 잘못된 경우
- 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있다는 결론을 얻은 경우 답안의 수준을 고려하여 **3점 이내**로 부여할 수 있음.

[비고]

- q가 무리수인 이유가 황금비가 무리수라는 사실에 근거할 수 있음
- 반드시 넓이의 고려가 필요한 것은 아니며 변의 길이의 제곱 간의 관계로도 풀이 가능

[문제 1-3] 〈20점〉 원점 O를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 ABCD가 있다. 이때, 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지남을 보여라.

[풀이]

픽의 정리에 의하면 이 도형은 꼭짓점 A, B, C, D와 O를 제외하고는 어떤 격자점도 도형의 내부나 변에 포함하지 않는다. 따라서 A와 B, B와 C, C와 D, D와 A는 모두 좋은 짝꿍이다. A, B, C, D의 네 점을 차례대로 $(x_1,y_1),...,(x_4,y_4)$라 두자. 한편 원점 O를 내부에 포함하므로 $x_iy_{i+1}-x_{i+1}y_i$의 값이 i와 상관없이 1 또는 -1로 항상 일정함을 알 수 있다. 일반성을 잃지 않고 이 값을 1이라 하자. 행렬 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$의 역행렬은 $\frac{1}{x_1y_2-y_1x_2}\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}$이고 이 행렬 역시 좋은 짝꿍과 연관된 행렬이다. 이 행렬로 나타나는 일차변환 F로 네 꼭짓점 A, B, C, D를 보내자. 이때 네 점의 좌표는 각각 $(1,0)$, $(0,1)$, (p,q), (r,s)라 할 수 있고, 여전히 인접한 두 점의 계산 값이 1이므로 $p=-1, s=-1$이고, $ps\text{-}qr=1$임을 알 수 있다. 따라서 $qr=0$, 즉, q와 r중의 하나는 0이 되어야 한다. 이는 F(A), O, F(C), 혹은 F(B), O, F(D)이 직선상에 있음을 의미한다. 일차변환 F에 의해 직선으로 변환되는 도형은 직선이므로 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지난다.

[채점 기준]

1) 볼록인 격자 사각형인 경우
   - 꼭짓점 A, B, C, D와 O를 제외하고는 어떤 격자점도 도형의 내부나 변에 포함하지 않음을 적시함 **5점**
   - A와 B, B와 C, C와 D, D와 A는 모두 좋은 짝꿍이 됨을 확인함 **+5점**
   - 적절한 일차변환을 도입하여 네 점 중 두 점의 좌표를 $(1,0)$, $(0,1)$로 가정할 수 있음을 설명함 **+5점**
     - $(1,0)$, $(0,1)$ 대신 $(1,0)$, $(0,-1)$로 시작할 수도 있음
     - (일차변환 도입과 같은) 근거 없이 단순화하는 경우 **2점 감점**

- 나머지 두 점이 만족할 관계식을 얻고 이로부터 결론을 도출함 **+5점**
- 특별한 경우로 한정하여 답안을 서술한 경우 합계 **10점 이내** 부여
- 유한 개의 경우만 있다고 하는 경우 합계 **8점 이내** 부여하되 좋은 짝꿍을 보인 경우 **13점 이내** 부여

2) 오목인 격자 사각형인 경우
- 오목인 경우 적절한 반례를 제시하며 주어진 명제가 거짓임을 주장한 경우는 만점(만점: 20점) 처리한다.
- 비록 적절한 반례를 제시하지는 못하였지만 명제가 거짓임을 주장한 경우 10점을 부여한다.
- 상반되는 두 방향의 답이 모두 제시된 경우에는 응시자에게 유리한 입장 하나를 바탕으로 채점한다.

[문제 2-1] 〈10점〉 임의의 두 실수 a, b에 대하여

$$d(a,b) = \frac{(a-b)^2}{1+|a-b|}$$

와 같이 정의된 d가 실수 집합 위의 거리함수인지 여부를 제시문 (**가**)에 근거하여 논하라.

[풀이]

$x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$ 인 경우, $d(x_1,x_3) = \frac{4}{1+2} = \frac{4}{3}$, $d(x_1,x_2) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $d(x_2,x_3) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$이다. 따라서 $d(x_1,x_3) > d(x_1,x_2) + d(x_2,x_3)$이다. 성질 (iv)가 성립하지 않으므로 거리함수가 아니다.

[채점 기준]

- 적절한 반례로 거리함수가 아니라고 결론 내린 경우 **만점**
- 거리함수라고 결론 내린 경우
  - 예를 드는 경우는 **0점 처리**
  - 증명을 시도한 경우 **3점 이내**
- 반례가 잘못된 경우
  - 계산 값들이 성질 (iv)를 충족함에도 거리함수가 아니라고 결론 내린 경우는 **3점 이내** 부여
  - 계산 상 실수가 있지만 그 결과 성질 (iv)를 충족하지 않아 거리함수가 아니라고 결론 내린 경우는 **5점 이내** 부여

[문제 2-2] 〈20점〉 집합 X 위의 거리함수 d가 주어져 있다. X의 임의의 두 원소 P, Q에 대하여 f를

$$f(\mathrm{P},\mathrm{Q})=\frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}$$

와 같이 정의하면 f는 X 위의 거리함수임을 보여라.

[풀이]

제시문 (**가**)의 성질들을 확인해 보자.

(i)은 자명하다. (ii) $f(\mathrm{P},\mathrm{Q})=0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}=0 \Leftrightarrow d(\mathrm{P},\mathrm{Q})=0 \Leftrightarrow \mathrm{P}=\mathrm{Q}$

(iii) $f(\mathrm{P},\mathrm{Q})=\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}=\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{P})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{P})}}=f(\mathrm{Q},\mathrm{P})$

(iv) 0 이상의 실수들의 집합에서 정의된 함수 $h(t)=\dfrac{\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}$를 생각하자.

$h(t)=1-\dfrac{1}{1+\sqrt{t}}$로부터 h는 증가함수임을 알 수 있다. 세 점 $\mathrm{P}(x_1,y_1)$, $\mathrm{Q}(x_2,y_2)$, $\mathrm{R}(x_3,y_3)$에 대하여 $d(\mathrm{P},\mathrm{R})\le d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})$이므로

$$\begin{aligned}
f(\mathrm{P},\mathrm{R})&=\frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{R})}}\\
&=h(d(\mathrm{P},\mathrm{R}))\le h(d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R}))\\
&=\frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}\\
&\le\frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}+\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}\\
&=\frac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}+\frac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}
\end{aligned}$$

여기서 두 번째 부등식은 제시문 (**가**)의 예제 2에 의해 성립한다.

한편 $d(\mathrm{P},\mathrm{Q})\ge 0$과 $d(\mathrm{Q},\mathrm{R})\ge 0$으로부터 부등식 $\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}\le\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}}$와 $\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})+d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}\le\dfrac{\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}{1+\sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}}$이 성립하므로 $f(\mathrm{P},\mathrm{R})\le f(\mathrm{P},\mathrm{Q})+f(\mathrm{Q},\mathrm{R})$이 성립한다.

[채점 기준]

- 성질 (i), (ii), (iii) **8점(2+3+3)**
  - 성질 (ii). (iii)에서 d가 거리함수라는 사실을 사용(언급)하지 않은 경우 **1점씩 감점**
- $h(t)$가 증가함수임(또는 삼각부등식(성질 (iv)) $f(\mathrm{P},\mathrm{R})\le f(\mathrm{P},\mathrm{Q})+f(\mathrm{Q},\mathrm{R})$을 보여야 함을 인지하고 이를 보이기 위한 적절한 내용)을 서술함 **+4점**
- 부등식을 보이는 과정 **+8점**
  - 부등식의 유도에서 논리적 비약의 가능성이 있으므로 이를 체크하여 적절히 감점함

[별해]

성질 (iv)를 보이는 과정만...

$A = \sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{Q})}$, $B = \sqrt{d(\mathrm{Q},\mathrm{R})}$, $C = \sqrt{d(\mathrm{P},\mathrm{R})}$이라 놓으면

$A^2 + B^2 \geq C^2$, 따라서 $(A+B)^2 \geq C^2 + 2AB \geq C^2$, 그러므로, $A+B \geq C$.

$$\begin{aligned}\frac{A}{1+A}+\frac{B}{1+B}-\frac{C}{1+C} &= \frac{A+B+2AB}{1+A+B+AB}-\frac{C}{1+C}\\ &= 1+\frac{AB-1}{1+A+B+AB}-1+\frac{1}{1+C}\\ &= \frac{AB-1+ABC-C+1+A+B+AB}{(1+A+B+AB)(1+C)}\\ &= \frac{ABC+2AB+A+B-C}{(1+A+B+AB)(1+C)} \geq \frac{ABC+2AB}{(1+A+B+AB)(1+C)} \geq 0\end{aligned}$$

[문제 2-3] 〈20점〉 두 양수 a, b의 산술평균($A = \dfrac{a+b}{2}$), 기하평균($G = \sqrt{ab}$), 조화평균($H = \dfrac{2ab}{a+b}$)이 삼각형의 세 변의 길이가 될 필요충분조건은

$$\boxed{\alpha_1 + \beta_1\varphi + \gamma_1\sqrt{1+2\varphi} \ < \ \frac{b}{a} \ < \ \alpha_2 + \beta_2\varphi + \gamma_2\sqrt{1+2\varphi}}$$

이다. 유리수 α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2의 곱을 구하라.

[풀이]

$\lambda = \dfrac{b}{a}$라 하면 $\lambda > 0$이다. $AH = G^2$이므로 조화평균, 기하 평균, 산술 평균은 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 공비 $r = \dfrac{\frac{a+b}{2}}{\sqrt{ab}} = \dfrac{1+\lambda}{2\sqrt{\lambda}}$라 두자. $1+\lambda \geq 2\sqrt{\lambda}$이므로 $r \geq 1$이다. 제시문 (나)에 의하여, $1 \leq r < \varphi$이다. 즉, $1 \leq \dfrac{1+\lambda}{2\sqrt{\lambda}} < \varphi$이다. 이 부등식을 풀면

$\varphi - \sqrt{\varphi} < \sqrt{\lambda} < \varphi + \sqrt{\varphi}$이고 따라서

$$(\varphi - \sqrt{\varphi})^2 < \lambda < (\varphi + \sqrt{\varphi})^2$$

이다. 한편

$$\begin{aligned}(\varphi \pm \sqrt{\varphi})^2 &= \varphi^2 + \varphi \pm 2\varphi\sqrt{\varphi} = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi^3}\\ &= 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi^2+\varphi} = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi^3} = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{1+2\varphi}\end{aligned}$$

이므로 부등식의 해는

$$1 + 2\varphi - 2\sqrt{1+2\varphi} < \lambda < 1 + 2\varphi + 2\sqrt{1+2\varphi}$$

이다. 이로부터 답 -16을 얻는다.

[채점 기준]

- $AH = G^2$ 또는 H, G, A가 등비수열을 이룸을 서술함 **5점**
- 제시문에 근거하여 부등식 $1 \leq \dfrac{1+\lambda}{2\sqrt{\lambda}} < \varphi$ 를 얻음 **+5점**
- 부등식을 풀어 λ의 범위를 정하고 이로부터 문제의 답을 구함 **+10점**

[별해]

$\lambda = \dfrac{b}{a}$라 하면 $\lambda > 0$이다. 두 수 a, b의 산술 평균, 기하 평균, 조화 평균은 각각 $a \cdot \dfrac{1+\lambda}{2}$, $a \cdot \sqrt{\lambda}$, $a \cdot \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$ 이며 이 중 산술 평균이 가장 큰 값이다. 따라서 이 수들이 삼각형의 세 변이 되기 위한 필요충분조건은 $\dfrac{1+\lambda}{2} < \sqrt{\lambda} + \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$이다. 방정식 $\dfrac{1+\lambda}{2} = \sqrt{\lambda} + \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$의 근을 구해 보자. $\dfrac{1+\lambda}{2} - \dfrac{2\lambda}{1+\lambda} = \sqrt{\lambda}$, 이를 제곱하면 $\left(\dfrac{1+\lambda}{2} - \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}\right)^2 = \lambda$, 이를 정리한 후 양변에 $4(1+\lambda)^2$을 곱하면 $\lambda^4 - 8\lambda^3 - 2\lambda^2 - 8\lambda + 1 = 0$, 양변을 λ^2으로 나누고

$$(\text{ㄱ}) \qquad z = \lambda + \frac{1}{\lambda}$$

라 두면 $z^2 - 8z - 4 = 0$을 얻는다. 이 방정식의 양수 해는 $z = 4 + 2\sqrt{5} = 2(1+2\varphi)$이다. 이를 식 (ㄱ)에 대입하고 풀면 $\lambda = 1 + 2\varphi \pm 2\sqrt{\varphi + \varphi^2}$ 을 얻는다. 따라서 부등식의 해는

$$1 + 2\varphi - 2\sqrt{1+2\varphi} < \lambda < 1 + 2\varphi + 2\sqrt{1+2\varphi}$$

이다. 이로부터 답 -16을 얻는다.

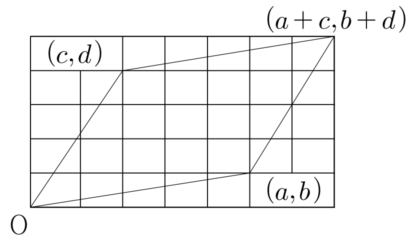
[채점 기준 (별해)]

- $\dfrac{1+\lambda}{2} < \sqrt{\lambda} + \dfrac{2\lambda}{1+\lambda}$ 유도 **5점**
- 4차식 유도 **+5점**
- 마무리 **+10점**

2015학년도 자연계열 기출문제
(오전 : 의과대학)

[문제 1] **〈50점〉** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

(가) 격자점이란 평면 위에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점을 의미한다. 격자다각형이란 모든 꼭짓점이 격자점인 다각형이다. 평행사변형인 격자다각형의 넓이는 비교적 쉽게 구할 수 있다. 원점 O와 세 격자점 (a,b), (c,d), $(a+c,b+d)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형 P의 넓이는 다음과 같은 간단한 계산을 통해 얻어진다. 만일 (a,b), (c,d)가 아래 그림처럼

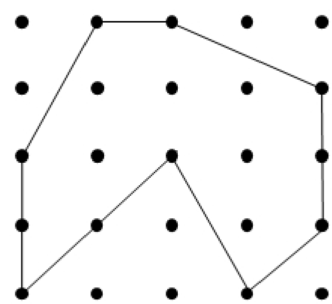


주어지면 P의 넓이는 전체 사각형에서 바깥 부분의 넓이를 빼서 얻을 수 있으므로 P의 넓이 $=(a+c)(b+d)-2\left(\frac{ab}{2}+\frac{cd}{2}+bc\right)=ad-bc$이다. 보다 일반적으로 평행사변형 P의 넓이는 $|ad-bc|$으로 얻을 수 있다.

격자다각형의 넓이를 구하는 일반적인 방법으로 픽의 정리(Pick's theorem)가 있다. 격자다각형 내부의 격자점 개수를 I, 변 위의 격자점 개수를 B라 하면 다각형의 넓이 S는

$$S=I+\frac{B}{2}-1$$

로 계산할 수 있다. 이때 다각형이 반드시 볼록 다각형일 필요는 없다. 예를 들어 아래와 같은 격자다각형은 내부에 6개의 격자점, 변 위에 11개의 격자점이 있으므로 그 넓이가 $\frac{21}{2}$이다.



픽의 정리를 활용하여 정삼각형은 격자다각형이 될 수 없음을 보이자. 정삼각형인 격자다각형이 있다고 가정하자. 이 도형의 한 변의 길이를 a라 하면 이 도형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$이 되는데 격자삼각형이라는

사실로부터 a^2은 정수이다. 따라서 이 도형의 넓이는 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자 다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 결론적으로 정삼각형은 격자다각형이 될 수 없다.

(나) 평면 위의 두 격자점 (a,b), (c,d)를 생각하자. 이 두 격자점의 덧셈과 뺄셈을 다음과 같이 정의한다.

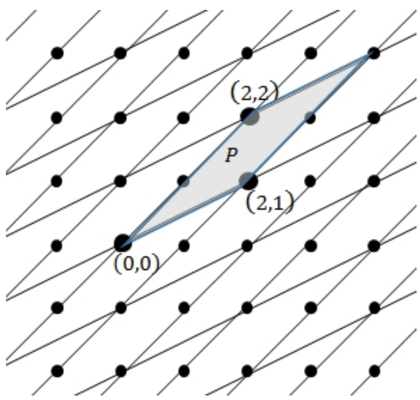
$$(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d),\ (a,b)-(c,d)=(a-c,b-d)$$

두 격자점을 유한 번 더하거나 빼서 평면 위의 모든 격자점을 표현할 수 있으면 이 두 격자점을 **좋은 짝꿍**이라고 하자. 즉, 임의의 격자점 (x,y)를

$$m(a,b)+n(c,d)=(ma+nc,\ mb+nd)\ \text{(단, } m,n\text{은 정수)}$$

로 표현할 수 있으면 두 격자점 (a,b), (c,d)는 좋은 짝꿍이 된다. 예를 들어, 두 격자점이 (1,0), (0,1)이면 임의의 격자점 (x,y)는 $x(1,0)+y(0,1)$로 표현할 수 있으므로 (1,0), (0,1)은 좋은 짝꿍이 된다. 하지만 두 격자점이 (2,1), (2,2)라면 이 두 점으로는 (1,1)을 표현할 수 없으므로 이 두 점은 좋은 짝꿍이 아니다.

이제 두 격자점 (a,b), (c,d)가 좋은 짝꿍이기 위한 필요충분조건을 찾아보자. 원점과 세 점 (a,b), (c,d), $(a+c,b+d)$를 꼭짓점으로 하는 평행사변형을 P라 하자. 원점에서 (a,b), (c,d) 방향으로 두 직선을 긋고 이 두 직선과 평행하면서 같은 간격을 가지도록 여러 직선을 그어 평행사변형 P와 합동인 도형이 반복해서 나오도록 하자.



이때 각 평형사변형의 꼭짓점은 정확히 $m(a,b)+n(c,d)$ 꼴로 표현될 수 있음을 알 수 있고 이들 꼭짓점을 제외하고는 $m(a,b)+n(c,d)$로 표현될 수 있는 격자점은 없다. 따라서 두 격자점이 좋은 짝꿍일 필요충분조건은 P의 내부나 변에 네 꼭짓점을 제외한 다른 격자점이 존재하지 않는 것이다. 픽의 정리에 따르면 이러한 P의 넓이는 1이다. 따라서 (가)에 의하면, 두 격자점 (a,b), (c,d)가 좋은 짝꿍이 될 필요충분조건은 $|ad-bc|=1$이다.

한편 좋은 짝꿍인 두 격자점 (a,b), (c,d)에 대하여 일차변환 F의 행렬을 $A=\begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$라 하자. 만일 또 다른 두 격자점 (e,f), (g,h)가 좋은 짝꿍이라면 이 두 격자점을 일차변환 F로 보내서 얻어지는 두 점 $(ae+cf,be+df)$, $(ag+ch,bg+dh)$ 역시

$$|(ae+cf)(bg+dh)-(be+df)(ag+ch)|=|(ad-bc)(eh-gf)|=1$$

을 만족하므로 좋은 짝꿍이 된다.

[문제 1-1] 〈15점〉 두 격자점 $(6,5)$와 $(7,a)$가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$를 m번, $(7,a)$를 n번 더해 $(2015,b)$가 될 때, 가능한 $a+b$의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n은 0 이상의 정수)

[문제 1-2] 〈15점〉 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$인 것을 의미한다. 여기서 φ는 $x^2-x-1=0$의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[문제 1-3] 〈20점〉 원점 O를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 ABCD가 있다. 이때, 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지남을 보여라.

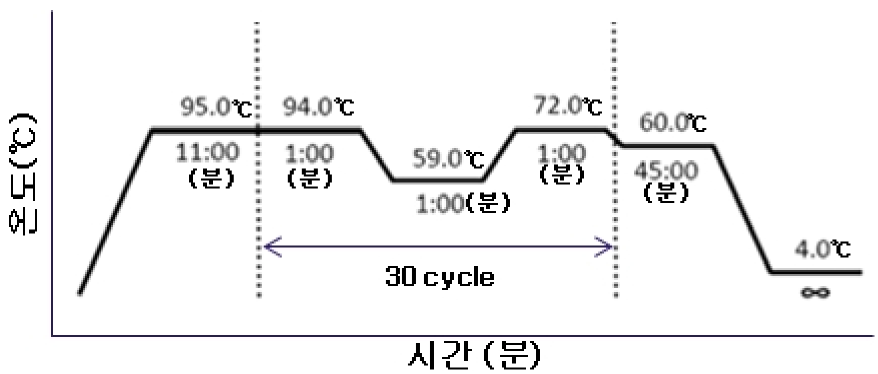
[문제 2] **〈50점〉** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

생명공학기술의 발전으로 현재 인간의 모든 DNA 염기서열을 밝히는 인간유전체 연구프로젝트(Human Genome Project)가 완료되었다. 유전서열 정보는 질병을 진단하고 예후를 예측하는 등 의학적으로 활발히 활용되고 있다. 유전서열 정보를 분석하기 위한 기법으로는 DNA 지문 분석, 중합효소 연쇄반응, 전기영동 기법을 활용한 다이디옥시 사슬 종결법 등이 활용되고 있다. 또한, 최근에는 유전자의 발현을 한꺼번에 대량으로 손쉽게 검사할 수 있는 기법으로 마이크로어레이 칩 기술 등이 개발되었다. 이와 같은 유전자 검사기술의 발달로 개인의 유전자를 손쉽게 검사할 수 있게 됨에 따라 개개인의 유전정보를 활용한 진단 및 치료 기술을 개발하는 맞춤의료의 실현이 기대되고 있다.

[문제 2-1] **〈15점〉** 중합효소 연쇄반응에 대한 설명이다.

1) **<10점>** 중합효소연쇄반응의 3 단계 과정을 단계별로 설명하라.

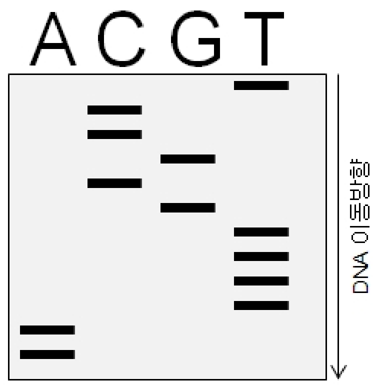
2) **<5점>** 다음 그림은 중합효소연쇄반응 실험 조건을 나타낸 그림이다. 실험과정에서 중합반응의 효율은 100% 라고 하자. 이때, 1 분자의 DNA를 포함한 시료 A와 3 분자의 DNA를 포함한 시료 B를 대상으로 실험을 수행하였을 때, 중합반응 후 시료 B와 A의 DNA 분자의 차이 (B^*-A^*) 는 중합반응 전의 시료 B와 A의 DNA 분자의 차이 (B-A)보다 몇 배 증가하는 지 설명하라. (B^*, A^*는 반응 후 각 시료의 DNA 분자 양)



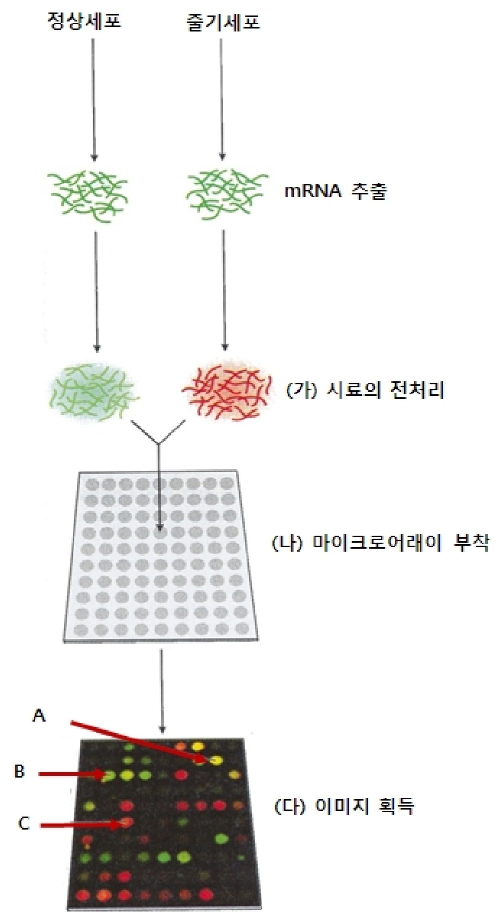
[문제 2-2] **〈20점〉** DNA 염기서열 분석법에 대한 설명이다.

1) **<15점>** DNA 염기서열 분석법인 다이디옥시 사슬 종결법의 실험방법에 대해 설명하라.

2) **<5점>** 다음 그림은 다이디옥시 사슬 종결법을 이용하여 얻어진 전기영동 결과이다. 전기영동의 각 레인은 A, C, G, T 각 염기에 해당하는 ddNTP 와 반응을 시킨 후 검출한 분절을 표시한 결과이다. 실험에 사용된 DNA 주형 가닥의 염기서열은 무엇인가?



[문제 2-3] 〈15점〉 다음 그림은 cDNA 마이크로어레이를 이용하여 분화된 정상 세포와 줄기세포의 시료를 이용하여 유전자 발현을 검사하는 실험에 대한 모식도이다.



1) **<10점>** 이 실험 과정의 (가)-(나)-(다) 단계별 실험방법 및 원리를 설명하라.

2) **<5점>** 위 그림 (가) 에서 시료의 전처리 과정에서 줄기세포의 시료는 적색형광 표지를 부착하였고, 정상세포의 시료는 녹색형광 표지를 부착하였다. 그림의 A, B, C 는 유전자의 이름이라고 하였을 때, A는 황색, B는 녹색, C는 적색의 형광 발색이 나타남을 관찰하였다. 이 실험을 통해서 알 수 있는 유전자 발현의 결과를 해석하라.

2015학년도 자연계열 모범답안
(오전 : 의과대학)

[문제 1-1] 〈15점〉 두 격자점 $(6,5)$와 $(7,a)$가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$를 m번, $(7,a)$를 n번 더해 $(2015,b)$가 될 때, 가능한 $a+b$의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n은 0 이상의 정수)

[풀이] 두 격자점 $(6,5)$**과** $(7,a)$는 좋은 짝꿍이므로 $6a-35=\pm 1$ 이 된다. a는 정수이므로 $a=6$이다. $m(6,5)+n(7,6)=(2015,b)$ 이므로, $6m+7n=2015$, $5m+6n=b$이다. 따라서 $n=\dfrac{2015-6m}{7}$이 되고, $b=5m+6n=5m+6\left(\dfrac{2015-6m}{7}\right)=\dfrac{12090}{7}-\dfrac{m}{7}$이다. 따라서 m이 작을수록 b값이 증가하고, b는 정수이므로 $m=1$일 때 b의 최댓값은 1727이다. 따라서 $a+b=6+1727=1733$.

[문제 1-2] 〈15점〉 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$인 것을 의미한다. 여기서 φ는 $x^2-x-1=0$의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[풀이] $\varphi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다. 황금 삼각형의 밑변의 길이를 a, 밑변이 아닌 변의 길이를 b라 하면, $b=\varphi a$가 성립하고, 이 삼각형의 높이는 $\sqrt{(\varphi a)^2-(a/2)^2}$이다, 따라서 이 도형의 넓이는

$$\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi^2-\frac{1}{4}}=\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi+\frac{3}{4}}=\frac{a^2}{4}\sqrt{5+2\sqrt{5}}\,.$$

이다. 만일 황금 삼각형이 격자다각형이라면 a^2은 정수이다. 한편, $q=\sqrt{5+2\sqrt{5}}$가 유리수라면 $\sqrt{5}=\dfrac{q^2-5}{2}$도 유리수이므로 모순이다. 따라서 q는 무리수이고, 이 도형의 넓이 또한 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자 다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 따라서 격자다각형인 황금 삼각형은 존재하지 않는다.

[문제 1-3] 〈20점〉 원점 O를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 ABCD가 있다. 이때, 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지남을 보여라.

[풀이] 픽의 정리에 의하면 이 도형은 꼭짓점 A, B, C, D와 O를 제외하고는 어떤 격자점도 도형의 내부나 모서리에 포함하지 않는다. 따라서 A와 B, B와 C, C와 D, D와 A는 모두 좋은 짝꿍이다. A, B, C, D의 네 점을 차례대로 $(x_1,y_1),\ldots,(x_4,y_4)$라 두자. 한편 원점 O를 내부에 포함하므로

$x_iy_{i+1}-x_{i+1}y_i$의 값이 i와 상관없이 1 또는 -1로 항상 일정함을 알 수 있다. 일반성을 잃지 않고 이 값을 1이라 하자. 행렬 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$의 역행렬은 $\frac{1}{x_1y_2-y_1x_2}\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}$이고 이 행렬 역시 좋은 짝꿍과 연관된 행렬이다. 이 행렬로 나타나는 일차변환 F로 네 꼭짓점 A, B, C, D를 보내자. 이때 네 점의 좌표는 각각 $(1,0)$, $(0,1)$, (p,q), (r,s)라 할 수 있고, 여전히 인접한 두 점의 계산 값이 1이므로 $p=-1, s=-1$이고, ps-$qr=1$임을 알 수 있다. 따라서 $qr=0$, 즉, q와 r중의 하나는 0이 되어야 한다. 이는 F(A), O, F(C), 혹은 F(B), O, F(D)이 직선상에 있음을 의미한다. 일차변환 F에 의해 직선으로 변환되는 도형은 직선이므로 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지난다.

2015학년도 자연계열 채점기준
(오전 : 의과대학)

[문제 1-1] 〈15점〉 두 격자점 $(6,5)$와 $(7,a)$가 좋은 짝꿍이라고 하자. $(6,5)$를 m번, $(7,a)$를 n번 더해 $(2015,b)$가 될 때, 가능한 $a+b$의 값 중 가장 큰 값을 구하라. (단, m, n은 0 이상의 정수)

[풀이]

두 격자점 $(6,5)$과 $(7,a)$는 좋은 짝꿍이므로 $6a\text{-}35=\pm 1$이 된다. a는 정수이므로 $a=6$이다. $m(6,5)+n(7,6)=(2015,b)$ 이므로, $6m+7n=2015$, $5m+6n=b$이다. 따라서 $n=\dfrac{2015-6m}{7}$이 되고, $b=5m+6n=5m+6\left(\dfrac{2015-6m}{7}\right)=\dfrac{12090}{7}-\dfrac{m}{7}$이다. 따라서 m이 작을수록 b값이 증가하고, b는 정수이므로 $m=1$일 때 b의 최댓값은 1727이다. 따라서 $a+b=6+1727=1733$.

[채점 기준]

- $a=6$ 구하기 **5점** (구하는 과정에서 $6a\text{-}35=\pm 1$의 마이너스 부호가 빠진 경우 **2점 감점**)
- 식 $6m+7n=2015$, $5m+6n=b$ 적기 **+3점**
- 완성하기 **+7점**

[문제 1-2] 〈15점〉 황금 삼각형이란 이등변삼각형 중 밑변과 밑변이 아닌 변사이의 길이의 비가 $1:\varphi$인 것을 의미한다. 여기서 φ는 $x^2-x-1=0$의 양의 실수해로서 황금비로 불린다. 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있는지 여부에 대하여 논하라.

[풀이]

$\varphi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다. 황금 삼각형의 밑변의 길이를 a, 밑변이 아닌 변의 길이를 b라 하면, $b=\varphi a$가 성립하고, 이 삼각형의 높이는 $\sqrt{(\varphi a)^2-(a/2)^2}$이다, 따라서 이 도형의 넓이는

$$\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi^2-\frac{1}{4}}=\frac{a^2}{2}\sqrt{\varphi+\frac{3}{4}}=\frac{a^2}{4}\sqrt{5+2\sqrt{5}}\,.$$

이다. 만일 황금 삼각형이 격자다각형이라면 a^2은 정수이다. 한편, $q=\sqrt{5+2\sqrt{5}}$가 유리수라면 $\sqrt{5}=\dfrac{q^2-5}{2}$도 유리수이므로 모순이다. 따라서 q는 무리수이고, 이 도형의 넓이 또한 무리수이다. 한편 픽의 정리에 따르면 모든 격자 다각형의 넓이는 유리수이므로 모순이다. 따라서 격자다각형인 황금 삼각형은 존재하지 않는다.

[채점 기준]

- 논지가 옳고 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 없다는 결론을 얻은 경우 만점으로 처리하며, 다음과 같은 경우 **각 3점 감점** 요인이 있음
  - q가 무리수인 이유가 빠진 경우
  - 격자다각형이므로 a^2이 정수라는 내용이 빠진 경우
  - 황금비 계산이 잘못된 경우
  - 넓이 또는 높이 계산식이 잘못된 경우
- 황금 삼각형이 격자다각형이 될 수 있다는 결론을 얻은 경우 답안의 수준을 고려하여 **3점 이내**로 부여할 수 있음.

[비고]

- q가 무리수인 이유가 황금비가 무리수라는 사실에 근거할 수 있음
- 반드시 넓이의 고려가 필요한 것은 아니며 변의 길이의 제곱 간의 관계로도 풀이 가능

[문제 1-3] 〈20점〉 원점 O를 내부에 포함하고 넓이가 2인 격자 사각형 ABCD가 있다. 이때, 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지남을 보여라.

[풀이]

픽의 정리에 의하면 이 도형은 꼭짓점 A, B, C, D와 O를 제외하고는 어떤 격자점도 도형의 내부나 변에 포함하지 않는다. 따라서 A와 B, B와 C, C와 D, D와 A는 모두 좋은 짝꿍이다. A, B, C, D의 네 점을 차례대로 $(x_1,y_1),...,(x_4,y_4)$라 두자. 한편 원점 O를 내부에 포함하므로 $x_iy_{i+1}-x_{i+1}y_i$의 값이 i와 상관없이 1 또는 -1로 항상 일정함을 알 수 있다. 일반성을 잃지 않고 이 값을 1이라 하자. 행렬 $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$의 역행렬은 $\frac{1}{x_1y_2-y_1x_2}\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} y_2 & -x_2 \\ -y_1 & x_1 \end{pmatrix}$이고 이 행렬 역시 좋은 짝꿍과 연관된 행렬이다. 이 행렬로 나타나는 일차변환 F로 네 꼭짓점 A, B, C, D를 보내자. 이때 네 점의 좌표는 각각 $(1,0)$, $(0,1)$, (p,q), (r,s)라 할 수 있고, 여전히 인접한 두 점의 계산 값이 1이므로 $p=-1, s=-1$이고, $ps-qr=1$임을 알 수 있다. 따라서 $qr=0$, 즉, q와 r중의 하나는 0이 되어야 한다. 이는 $F(\mathrm{A})$, O, $F(\mathrm{C})$, 혹은 $F(\mathrm{B})$, O, $F(\mathrm{D})$이 직선상에 있음을 의미한다. 일차변환 F에 의해 직선으로 변환되는 도형은 직선이므로 사각형 ABCD의 대각선 중 하나는 O를 지난다.

[채점 기준]

- 꼭짓점 A, B, C, D와 O를 제외하고는 어떤 격자점도 도형의 내부나 변에 포함하지 않음을 적시함 **5점**
- A와 B, B와 C, C와 D, D와 A는 모두 좋은 짝꿍이 됨을 확인함 **+5점**
- 적절한 일차변환을 도입하여 네 점 중 두 점의 좌표를 $(1,0)$, $(0,1)$로 가정할 수 있음을 설명함 **+5점**
  - $(1,0)$, $(0,1)$ 대신 $(1,0)$, $(0,-1)$로 시작할 수도 있음
  - (일차변환 도입과 같은) 근거 없이 단순화하는 경우 **2점 감점**
- 나머지 두 점이 만족할 관계식을 얻고 이로부터 결론을 도출함 **+5점**
- 특별한 경우로 한정하여 답안을 서술한 경우 합계 **10점 이내** 부여
- 유한 개의 경우만 있다고 하는 경우 합계 **8점 이내** 부여하되 좋은 짝꿍을 보인 경우 **13점 이내** 부여

<문제2>

[문제 2-1] 〈15점〉 중합효소연쇄반응을 반응단계별로 설명하시오.

〈10점〉

1. 변성단계
   DNA의 복제를 위해 시료를 95도 내외로 가열하여 이중나선 구조의 DNA를 단일가락으로 나누는 과정
2. 프라이머 부착단계
   시료의 온도를 50-65도로 낮추어 프라이머를 DNA 에 결합시키는 단계이다.
3. 중합단계
   약 72도의 온도에서 DNA 중합효소에 의해 주형 DNA 에 상보적인 DNA가 합성되는 과정이다. 새로운 DNA가 합성되기 위해서는 디옥시리보뉴클레오타이드 (dNTP)가 공급되어야 한다.

〈채점기준〉

- 각 단계별 설명이 옳지 않으면 각각 -3점 감점
- 각 단계별 설명은 옳으나 옳지 않은 내용이 기술되어 있으면 -1점 감점
- 단계별 순서가 옳지 않으면 -5점 감점

〈5점〉

- A 시료를 이용한 실험에서는 2^{30} 의 DNA분자가 얻어짐
- B 시료를 이용한 실험에서는 3 X 2^{30} 의 DNA분자가 얻어짐
- B 시료를 이용한 실험에서는 A 시료를 이용한 실험보다 3 X 2^{30} - 2^{30} = 2^{31} 의 DNA 분자가 더 많음
- 반응 전 시료의 DNA 분자의 차이는 B 시료 3분자 - A 시료 1분자 = 2 분자의 차이가 생김. 따라서, 반응 전후의 시료 B와 A의 DNA 분자 양 차이의 비율은 2^{31} / 2 = 2^{30} 배의 차이가 생김.

〈채점기준〉

- 반응 전후의 시료 B와 A의 DNA 분자 양 차이의 비의 답이 틀리면 0점 처리
- 답이 틀려도 중합반응 후 시료 B와 A의 DNA 분자 양의 값이 옳으면 각각 부분점수 1점
- 단계순서가 틀린 경우는 0점 처리

[문제 2-2] 〈20점〉

〈15점〉

1. 분석하고자 하는 DNA를 주형으로 하여 상보적인 DNA를 합성하기 위해 dATP, dGTP, dCTP, dTTP 와 같은 dNTP를 공급해주고, DNA 중합효소를 넣어주어 DNA 사슬을 합성하는 중합반응을 일으킨다.
2. 이 때 dNTP 와 달리 다이디옥시뉴클레오타이드 (ddNTP)를 넣어 주면 중합반응이 일어나지 않는다.

3. 따라서 dNTP 와 ddNTP를 같이 넣어주면 DNA 합성 중에 상보적인 염기를 가지는 ddNTP 가 결합하고 이때 DNA 사슬의 연장합성이 중지된다. 이때 다양한 길이의 DNA 가 합성된다.
4. 합성된 DNA 사슬의 마지막 염기는 염기종류에 따라 각기 다른 형광물질을 부착시켜 염기정보를 알 수 있다.
5. 다양한 길이로 합성된 DNA 사슬은 전기영동법을 이용하여 크기에 따라 분리하고 형광표지를 인식하여 DNA 의 염기서열의 순서를 측정할 수 있다.

〈채점기준〉

• 각 항목당 내용 서술이 옳지 않으면 -3점 감점

• 각 단계별 설명은 옳으나 옳지 않은 내용이 기술되어 있으면 -1점 감점

• 단계순서가 틀린 경우는 0점 처리

〈5점〉

• 분석된 염기서열은 중합반응을 통해 얻어지므로 사용된 DNA 시료의 주형서열과 상보적인 서열을 가진다.

• 5`-AATTTTGCGCCT-3` 의 상보 서열인 5`-AGGCGCAAAATT-3` 이 DNA 주형 가닥의 염기서열이다.

〈채점기준〉

• 5`-AATTTTGCGCCT-3`로 답한 경우 -3점 감점

• 5`- 3` 표기를 하지 않은 경우 -2점 감점

[문제 2-3] 〈15점〉

〈10점〉

(가) mRNA를 역전사효소를 이용하여 cDNA로 합성한다. 이때, 각 시료에 서로 다른 파장을 가지는 형광물질을 표지자로 붙인다.

(나) 서로 다른 형광표지가 된 동량의 cDNA 시료를 함께 마이크로어래이 칩에 넣어 부착시킨다. 마이크로어래이 칩에는 각각의 유전자를 부착시킬 수 있는 상보적 염기서열로 구성된 프라이머를 가지고 있다.

(다) 서로 다른 파장의 형광물질로 표지된 시료는 칩의 프라이머와 경쟁적으로 부착이 되고, cDNA 시료의 유전 발현량의 차이에 비례하여 형광물질의 발색 정도를 확인할 수 있다.

〈채점기준〉

• 각 단계별로 설명이 틀리거나, 핵심단어인 역전사효소, cDNA, 프라이머가 기술되지 않은 경우 -3점씩 감점

• 각 단계별 설명은 옳으나 옳지 않은 내용이 기술되어 있으면 -1점 감점

• 단계순서가 틀린 경우는 0점 처리

〈5점〉

- 줄기세포와 정상세포에서 각각의 유전자에 대한 상대적인 발현량을 비교할 수 있다.
- 황색 형광의 A 유전자는 적색형광으로 표지된 줄기세포 유전자와 녹색형광으로 표지된 정상세포에서 동일한 양으로 발현을 하여 두 색깔의 혼합색인 황색 형광이 나타나고 있음을 의미한다.
- B 유전자는 녹색형광이 표지된 정상세포에서 C 유전자는 적색형광이 표지된 줄기세포에서 상대적으로 많이 발현하고 있음을 의미한다.

〈채점기준〉

- A, B, C 모두 옳게 기술한 경우 5점
- 2개 유전자만 옳은 경우 2점
- 1개 유전자만 옳은 경우 1점

2015학년도 자연계열 기출문제
(오후 : 공과대학, 금융공학과)

[문제 1] 〈50점〉 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

(가) 복소수란 $a+bi$ 꼴로 나타낼 수 있는 수이다. 이 때 a, b는 각각 실수부, 허수부라 불리는 실수이고 i는 허수단위로서 $i^2=-1$을 만족한다. 모든 실수는 허수부가 0인 복소수로 표시할 수 있기 때문에 복소수는 실수의 확장이라고 생각할 수 있다. 따라서 복소수에서도 실수에서 성립하는 사칙 연산을 정의할 수 있다. 특히 $i^2=-1$이라는 조건을 이용하여 복소수의 곱셈을 다음과 같이 정의한다.

$$\boxed{(a+bi)(c+di)=ac+bci+adi+bdi^2=(ac-bd)+(bc+ad)i}$$

복소수를 좌표평면 위의 점으로 생각할 수 있는데, 평면의 x좌표는 실수부, y좌표는 허수부로 놓으면 좌표평면 위의 점 (a,b)는 복소수 $a+bi$와 대응된다. 복소수 $z=a+bi$의 크기 $|z|$는 좌표평면의 원점 O로부터 그 복소수에 대응하는 점 $\mathrm{P}(a,b)$까지의 거리인 $\sqrt{a^2+b^2}$으로 정의하고, z의 편각 $\arg(z)$는 반직선 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$가 x축의 양의 방향과 이루는 각(반시계방향)으로 정의한다. 이때 $|z|$는 음이 아닌 실수이고, 임의의 정수 n에 대하여 각 θ와 $2n\pi+\theta$는 같은 도형이므로 $\arg(z)$는 여러 값을 가질 수 있다.

행렬의 곱 $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ac-bd & -bc-ad \\ bc+ad & ac-bd \end{pmatrix}$으로부터, 복소수 $a+bi$를 행렬 $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$와 대응시키면 복소수의 곱 $(a+bi)(c+di)$와 행렬의 곱 $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix}$는 같은 결과를 유도한다. 한편 $\cos(\arg(z))=\dfrac{a}{|z|}$, $\sin(\arg(z))=\dfrac{b}{|z|}$에서

$$\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}=\sqrt{a^2+b^2}\begin{pmatrix} \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} & \dfrac{-b}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} & \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \end{pmatrix}=|z|\begin{pmatrix} \cos(\arg(z)) & -\sin(\arg(z)) \\ \sin(\arg(z)) & \cos(\arg(z)) \end{pmatrix}$$

이고, $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$는 원점을 중심으로 반시계방향으로 θ만큼 회전시키는 일차변환이다. 그러므로 어떤 복소수에 z를 곱하는 것은 그 크기를 $|z|$배만큼 늘리고, 편각을 $\arg(z)$만큼 더하는 변환으로 이해할 수 있다. 즉, 두 복소수 z, w의 곱 사이에는

$$|zw|=|z||w|, \qquad \arg(zw)=\arg(z)+\arg(w)$$

가 성립한다. 또한, 이 사실로부터 복소수의 곱셈에 대한 교환법칙이 성립함을 알 수 있다.

예제 1. $z^3=1$을 만족하는 z를 모두 구해보자. $|z|^3=|z^3|=|1|=1$이므로 $|z|=1$이고, $3\arg(z)=\arg(z^3)=\arg(1)=2n\pi$ (단, n은 정수)이므로 $\arg(z)=\dfrac{2n}{3}\pi$이다. 이 중 평면 위에서 서로 다른 각은 0, $\dfrac{2\pi}{3}$, $\dfrac{4\pi}{3}$이므로 z는 1, $\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$,

$\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$이다.

(나) 좌표평면 위의 점이 다음 [규칙]을 따라 이동한다.

[규 칙]

- 버튼A를 누르면 좌표평면 상의 점(a, b)가 점$(\frac{a}{2}, \frac{b}{2})$로 이동
- 버튼B를 누르면 좌표평면 상의 점(a, b)가 점$(a-b, a+b)$로 이동
- 버튼C를 누르면 좌표평면 상의 점(a, b)가 점$(2a-b, a+2b)$로 이동
- 버튼D를 누르면 좌표평면 상의 점(a, b)가 점$(3a-b, a+3b)$로 이동

예를 들어 점$(2, 2)$를 시작으로 버튼A, 버튼B, 버튼C, 버튼D를 한번 씩 누르면 아래와 같이 이동한다.

$$(2,2)\xrightarrow{\text{버튼A}}(1,1)\xrightarrow{\text{버튼B}}(0,2)\xrightarrow{\text{버튼C}}(-2,4)\xrightarrow{\text{버튼D}}(-10,10)$$

한편 버튼B는 (a,b)를 $(a-b, a+b)$로 보내는 일차변환이고 이 일차변환의 행렬은 $\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$이다. 이 행렬과 대응되는 복소수는 $1+i$이므로 버튼B를 누르는 것은 $a+bi$에 $1+i$를 곱하는 것으로 이해할 수 있다.

예제 2. 점 $(1, 0)$은 버튼 B를 다섯 번 눌렀을 때 어느 위치로 이동할까? 점 (1,0)은 복소수 $1+0i$와 대응되고, 버튼 B를 다섯 번 누르는 것은 $(1+i)^5 = -4-4i$를 곱하는 것과 같으므로 최종 위치는 $-4-4i$와 대응되는 점인 $(-4,-4)$가 된다.

[문제 1-1] 〈15점〉 $z^6 = 8i$의 해 중 실수부와 허수부가 모두 음수인 해들의 합을 구하라.
(단, $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$)

[문제 1-2] 〈15점〉 제시문 (나)에서 좌표평면 위의 점 $(1, 0)$을 버튼A만 2015번 눌러 이동시킨 뒤, 이어서 버튼B만 2016번, 이어서 버튼C만 2017번, 또 이어서 버튼D만 2018번 눌러 이동시켰을 때 마지막 점의 위치가 (x,y)라고 하자. $|x-y|$는 몇 자리수인지 답하라. (단, $\log_{10}2 = 0.3010$)

[문제 1-3] 〈20점〉 복소수들의 집합 $A=\left\{z \;\middle|\; |z|\le 2,\ \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2015}\le \arg(z)\le\frac{\pi}{2}\right\}$를 생각하자.
자연수 k에 대하여 A_k를 $A_1 = A$, $A_2=\{z^2 \mid z\in A\}$, $A_3=\{z^3 \mid z\in A\}$,... 와 같이 정의하고, $T_k = A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k$라 하며, T_k좌표평면에서 T_k에 대응하는 영역의 넓이를 t_k라 하자. 다음 성질을 만족하는 최소의 자연수 n에 대하여 $\frac{t_n}{2^{2015}\pi}$의 정수부분을 구하라.

T_n은 크기 2 이하인 복소수들을 모두 포함한다, 즉 $\{z \mid |z|\le 2\}\subset T_n$.

[문제 2] **〈50점〉** 다음 제시문을 읽고 물음에 답하라.

(가) 일정 길이의 곡선으로 최대 면적을 둘러싸는 폐곡선의 형태를 구하는 문제를 등주문제라 한다. 평면 위에서 닫힌곡선 C의 길이를 L이라 하고 그 내부의 넓이를 A라 하면 다음 부등식이 성립한다.

$$\boxed{4\pi A \le L^2}$$

여기서 등호가 성립하기 위한 필요충분조건은 곡선 C가 원인 것이다. 이 부등식을 **등주 부등식**이라고 부른다. 이와 연관된 문제로 디도의 문제(Dido's problem), 즉 주어진 직선과 이 직선 위에 끝점을 갖는 주어진 길이의 곡선으로 둘러쌀 수 있는 넓이의 최댓값을 구하는 문제를 들 수 있다.

디도의 문제를 변형하여 **그림 1**에서와 같이 주어진 직선과 이 직선 위에 끝점을 갖는 정해진 길이의 두 선분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 최대화하는 문제를 생각해보자. 두 선분의 길이를 각각 a, b라 하고 두 선분의 끝점 중 직선 위에 있는 점을 각각 A, C, 두 선분이 만나는 점을 B, 두 선분이 이루는 각을 $\theta\,(0<\theta<\pi)$라 하자. 그러면 삼각형 ABC의 넓이는 $S=\frac{1}{2}ab\sin\theta$이다.

따라서 넓이의 최댓값은 $\frac{1}{2}ab$이고 이때 $\theta=\frac{\pi}{2}$이다. 이 경우 최대 넓이의 삼각형은 **그림 2**에서와 같이 주어진 직선 위에 지름을 가진 원에 내접한다.

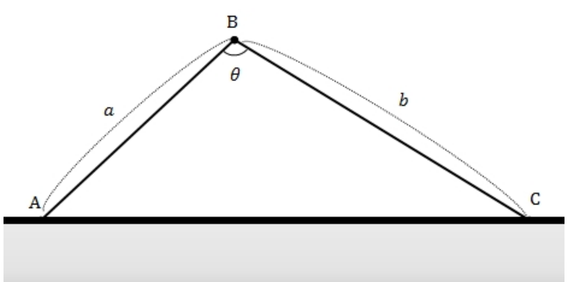


그림 1

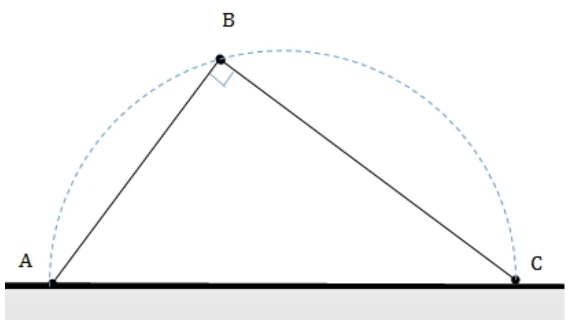


그림 2

(나) **그림** 3에서와 같이 서로 수직으로 만나는 두 반직선 위에 하나씩 끝점을 가지며 길이가 정해진 두 선분으로 만들어지는 사각형의 넓이를 최대화시키는 문제를 생각해 보자. 두 선분의 길이를 각각 a, b라 하고 **그림 3**과 같이 두 선분의 끝점 중 반직선 위의 점을 각각 A, C, 두 선분이 만나는 점을 B, 두 반직선이 만나는 점을 D, 두 선분이 이루는 각을 $\theta\,(0<\theta<\pi)$라 하자. 그리고 대각선 AC의 길이를 c, 변 DA, DC의 길이를 각각 x, y라 하자. 삼각형 ABC에 코사인 제2법칙을 적용하면 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos\theta$를 얻는다. 그리고 삼각형 ACD에 피타고라스 정리를 적용하면 아래 식을 얻는다.

$$x^2+y^2=a^2+b^2-2ab\cos\theta \qquad (*)$$

한편 구하는 사각형 ABCD의 넓이는 $S=\dfrac{1}{2}xy+\dfrac{1}{2}ab\sin\theta$이다.

산술평균-기하평균 부등식과 삼각함수의 합성을 활용하면 아래 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} S &\le \frac{1}{4}(x^2+y^2)+\frac{1}{2}ab\sin\theta=\frac{1}{4}(a^2+b^2-2ab\cos\theta)+\frac{1}{2}ab\sin\theta \\ &=\frac{1}{4}(a^2+b^2)+\frac{1}{2}ab(\sin\theta-\cos\theta) \\ &=\frac{1}{4}(a^2+b^2)+\frac{1}{\sqrt{2}}ab\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

마지막 식은 $\theta=\dfrac{3}{4}\pi$일 때 최댓값을 가진다. 한편 처음 부등식에서 등호가 성립하는 경우는 $x=y$일 때이고 임의의 θ에 대하여 (*)를 만족하는 x, y를 구할 수 있으므로 S의 최댓값은 $\dfrac{1}{4}(a^2+b^2+2\sqrt{2}ab)$이다. 이 사각형은 원에 내접하지 않는다.

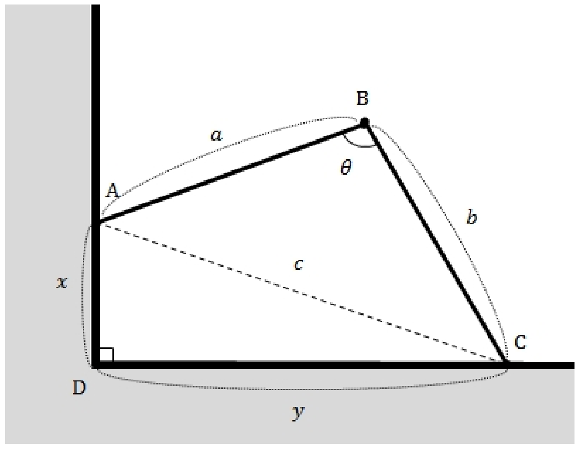


그림 3

[문제 2-1] 〈10점〉 제시문 (나)의 밑줄 친 문제에서 사각형 ABCD가 원에 내접하는 조건을 추가하는 경우 넓이의 최댓값은 얼마인가?

[문제 2-2] 〈20점〉 둘레의 길이가 1인 정n각형의 넓이 S_n을 n을 이용하여 표현하고, 정n각형에 대하여 등주부등식이 성립함을 보여라.

[문제 2-3] 〈20점〉 그림 4에서와 같이 사잇각 ϕ로 만나는 두 반직선 위에 하나씩 끝점을 가지는 두 선분으로 만들어지는 사각형의 넓이를 최대화시키는 문제를 생각해 보자. 각 ϕ의 크기는 그림 5에 나타난 바와 같다. 두 선분의 길이를 a, b라 하고 제시문 (나)에서와 같이 변수 x, y를 도입하자. 사각형의 넓이를 x, y, a, b, θ를 이용하여 나타내고, 그 넓이의 최댓값을 구하라.

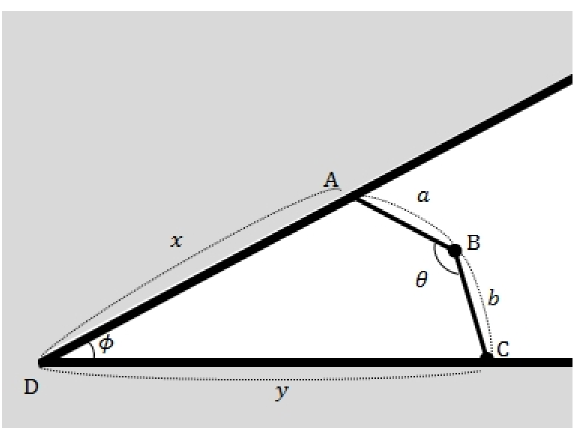


그림 4

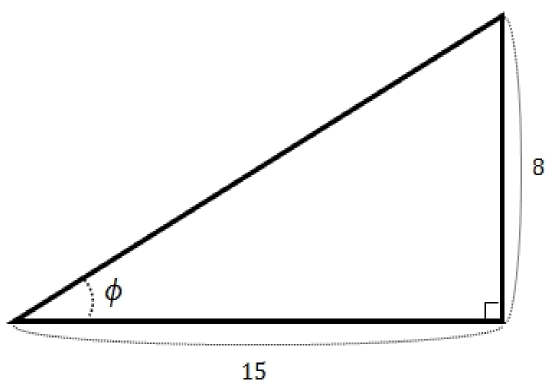


그림 5

2015학년도 자연계열 모범답안
(오후 : 공과대학, 금융공학과)

[문제 1-1] 〈15점〉 $z^6 = 8i$의 해 중 실수부와 허수부가 모두 음수인 해들의 합을 구하라.
(단, $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$)

[풀이] $|z|^6 = |z^6| = |8i| = 2^3$이고 $|z| \ge 0$이므로 $|z| = \sqrt{2}$이다.
또한 $6\arg(z) = \arg(z^6) = \arg(8i) = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$이므로 $\arg(z) = \frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{12}$가 성립한다. 따라서 위 식의 해인 6개의 편각은 $\frac{\pi}{12}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{13\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12}$, $\frac{7\pi}{4}$이다. 이 중 실수부와 허수부가 모두 음수인 것에 해당하는 각은 제3사분면에 해당하는 각인 $\frac{13\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12}$이다. 문제의 조건을 만족하는 해들은 $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{13\pi}{12}) + i\sin(\frac{13\pi}{12}))$, $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{17\pi}{12}) + i\sin(\frac{17\pi}{12}))$이다. 한편
$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$이므로 삼각함수의 제곱공식으로부터 $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$이다. 이를 이용하여 $\frac{13\pi}{12} = \pi + \frac{\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$의 삼각함수 값을 계산하면 $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,
$\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 이다. 따라서
문제의 조건을 만족하는 해들의 합은 $-\sqrt{3} - \sqrt{3}i$이다.

[문제 1-2] 〈15점〉 제시문 (**나**)에서 좌표평면 위의 점 $(1, 0)$을 버튼A만 2015번 눌러 이동시킨 뒤, 이어서 버튼B만 2016번, 이어서 버튼C만 2017번, 또 이어서 버튼D만 2018번 눌러 이동시켰을 때 마지막 점의 위치가 (x, y)라고 하자. $|x-y|$는 몇 자리수인지 답하라. (단, $\log_{10} 2 = 0.3010$)

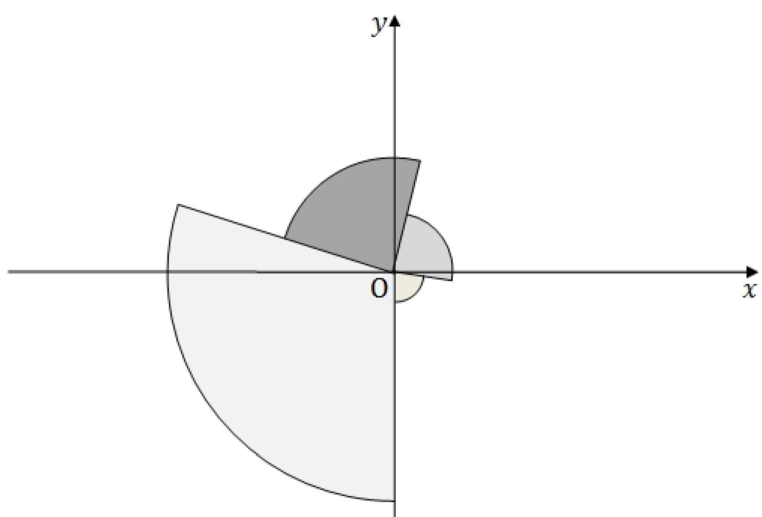
[풀이] 버튼 A, B, C, D를 누르는 것은 각각 $a+bi$에 $\frac{1}{2}$, $1+i$, $2+i$, $3+i$를 곱하는 것과 같다.
복소수의 곱은 순서에 무관하므로 문제에서의 시행은 버튼A, 버튼B, 버튼C, 버튼D를 차례대로 누르는 시행을 2015번 반복한 후 버튼B를 한번, 버튼C를 두 번, 버튼D를 세 번 누르는 것과 같다.
한편, $\frac{1}{2}(1+i)(2+i)(3+i) = 5i$이므로 이를 2015번 반복하면 $(5i)^{2015} = 5^{2015}i^3 = -5^{2015}i$가된다.
$(1+i)(2+i)^2(3+i)^3 = -200+100i$이므로, 점$(1,0)$에 해당하는 복소수 1에 앞에서 계산하여 얻어진 수들을 곱하면 $4 \times 5^{2017} + 8 \times 5^{2017}i$가 된다. 따라서 마지막 점의 위치는

$(4\times 5^{2017}, 8\times 5^{2017})$이므로, $|x-y| = 4\times 5^{2017}$이다. 또한
$\log_{10}(4\times 5^{2017}) = 2017 - 2015\times\log_{10}2 = 1410.485$ 이므로 $|x-y|$는 1411자리수이다.

[문제 1-3] 〈20점〉 복소수들의 집합 $A = \left\{ z \;\middle|\; |z| \le 2,\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2015} \le \arg(z) \le \frac{\pi}{2} \right\}$를 생각하자. 자연수 k에 대하여 A_k를 $A_1 = A$, $A_2 = \{z^2 \mid z\in A\}$, $A_3 = \{z^3 \mid z\in A\}, \ldots$ 와 같이 정의하고, $T_k = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k$라 하며, 좌표명면에서 T_k에 대응하는 영역의 넓이를 t_k라 하자. 다음 성질을 만족하는 최소의 자연수 n에 대하여 $\frac{t_n}{2^{2015}\pi}$의 정수부분을 구하라.

> T_n은 크기 2 이하인 복소수들을 모두 포함한다, 즉 $\{z \mid |z| \le 2\} \subset T_n$.

[풀이] $1 \le k \le 4030$인 k에 대하여 A_k에 대응하는 영역은 반지름이 2^k이고 중심각이 $\frac{k\pi}{2015}$인 부채꼴 모양이다. 특히, $k = 4m + \ell$ $(\ell = 0, 1, 2, 3)$ 꼴이라면 A_k는 제ℓ사분면에서 축으로부터 시계방향으로 $\frac{k\pi}{2015}$만큼 벌어진 모양이다. 반지름이 2인 원을 완전히 덮기 위해서는 각 사분면에 포함된 사분원을 덮어야 하므로 $\frac{k\pi}{2015} \ge \frac{\pi}{2}$가 성립해야 한다. 따라서 $k = 1008$일 때, 처음으로 하나의 사분원을 덮게 되고, 네 개의 사분원을 모두 덮기 위한 최소의 n은 $1008 + 3 = 1011$이다. 이때 도형의 모양은 아래 그림과 같다.



반지름이 R이고 중심각이 θ인 부채꼴의 넓이는 $\frac{R^2\theta}{2}$ 이므로,

$$t_{1011} = \frac{(2^{1008})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4030}\right) + \frac{(2^{1009})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{4030}\right) + \frac{(2^{1010})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{4030}\right) + \frac{(2^{1011})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{4030}\right)$$

이다. 따라서

$$\frac{t_{1011}}{2^{2015}\pi} = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4030}\right) + 2^2\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4030}\right) + 2^4\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4030}\right) + 2^6\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4030}\right)$$
$$= (2+8+32) + \frac{2015-3-8-32+64\times 7}{4030}$$

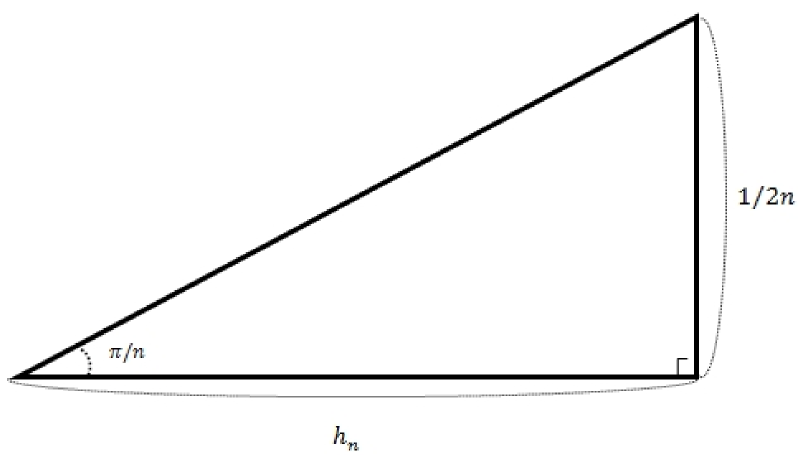
이므로 이 수의 정수부분은 42이다.

[문제 2-1] 〈10점〉 제시문 (**나**)의 밑줄 친 문제에서 사각형 ABCD가 원에 내접하는 조건을 추가하는 경우 넓이의 최댓값은 얼마인가?

[풀이] 사각형이 원에 내접하기 위해서는 대내각의 합이 π이어야 한다. 따라서 $\theta = \frac{\pi}{2}$이며, 제시문 (**나**)의 결과에 이를 대입하면 넓이의 최댓값은 $\frac{1}{4}(a^2+b^2) + \frac{1}{2}ab$이다.

[문제 2-2] 〈20점〉 둘레의 길이가 1인 정n각형의 넓이 S_n을 n을 이용하여 표현하고, 정n각형에 대하여 등주부등식이 성립함을 보여라.

[풀이] 아래 그림에서 $h_n = \frac{1}{2n\tan(\pi/n)}$이다. 따라서 $S_n = n \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2n} h_n = \frac{1}{4n\tan(\pi/n)}$이다.
$g(x) = \tan x - x$라 하면 $g'(x) = \sec^2 x - 1 \geq 0$, 즉 $g(x)$는 증가함수이고, $g(0) = 0$이므로 $x \geq 0$에서 $g(x) \geq 0$ 이다. 따라서 $\tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \geq \frac{\pi}{n}$, $4\pi S_n = \frac{\pi}{n\tan(\pi/n)} \leq 1 = 1^2$, 즉 등주부등식을 얻게 된다.



[문제 2-3] 〈20점〉 그림 4에서와 같이 사잇각 ϕ로 만나는 두 반직선 위에 하나씩 끝점을 가지는 두 선분으로 만들어지는 사각형의 넓이를 최대화시키는 문제를 생각해 보자. 각 ϕ의 크기는 그림 5에 나타난 바와 같다. 두 선분의 길이를 a, b라 하고 제시문 (**나**)에서와 같이 변수 x, y를 도입하자. 사각형의 넓이를 x, y, a, b, θ를 이용하여 나타내고, 그 넓이의 최댓값을 구하라.

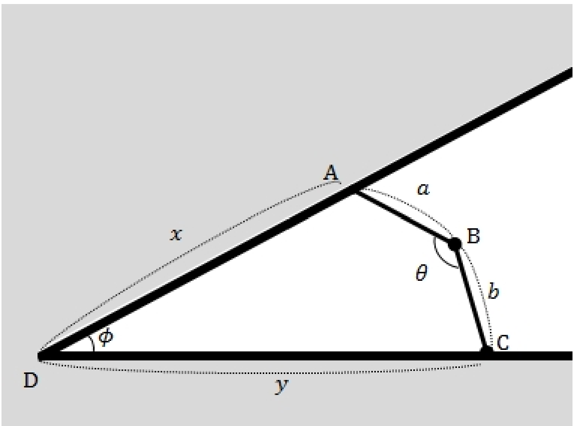


그림 4

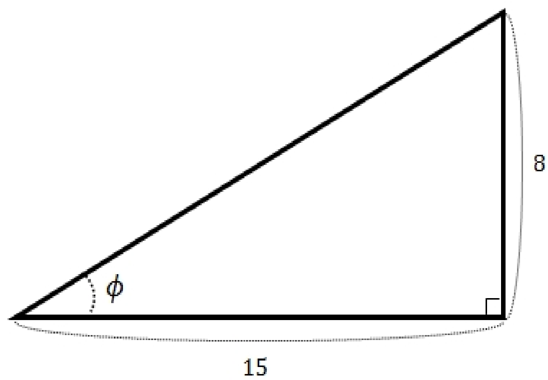


그림 5

[풀이] 사각형 ABCD의 넓이는 $S=\frac{1}{2}xy\sin\phi+\frac{1}{2}ab\sin\theta=\frac{4}{17}xy+\frac{1}{2}ab\sin\theta$이다.

한편 $a^2+b^2-2ab\cos\theta=x^2+y^2-2xy\cos\phi=x^2+y^2-\frac{30}{17}xy$ 이므로

$$\begin{aligned}S&=\frac{4}{17}xy+\frac{1}{2}ab\sin\theta\\&=2xy-\frac{30}{17}xy+\frac{1}{2}ab\sin\theta\\&\le x^2+y^2-\frac{30}{17}xy+\frac{1}{2}ab\sin\theta\\&=a^2+b^2-2ab\cos\theta+\frac{1}{2}ab\sin\theta\\&=a^2+b^2+\frac{1}{2}ab(\sin\theta-4\cos\theta)\end{aligned}$$

한편 $\sin\theta-4\cos\theta=\sqrt{17}\sin(\theta-\theta_0)$이다. (단 $\cos\theta_0=\frac{1}{\sqrt{17}}$, $\sin\theta_0=\frac{4}{\sqrt{17}}$)

따라서 $S\le a^2+b^2+\frac{\sqrt{17}}{2}ab$이다. 이 부등식에서 등호는 $x=y$ 일 때 성립하며 마지막 식을 최대화시키는 각 θ에 대하여 적절한 x를 구할 수 있으므로 이 부등식의 등호가 성립한다. 따라서 넓이의 최댓값은 $a^2+b^2+\frac{\sqrt{17}}{2}ab$이다.

2015학년도 자연계열 채점기준
(오후 : 공과대학, 금융공학과)

[문제 1-1] 〈15점〉 $z^6 = 8i$의 해 중 실수부와 허수부가 모두 음수인 해들의 합을 구하라.
(단, $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$)

[풀이]

$|z|^6 = |z^6| = |8i| = 2^3$이고 $|z| \ge 0$이므로 $|z| = \sqrt{2}$이다. 또한
$\arg(8i) = \frac{\pi}{2} + 2n\pi = \arg(z^6) = 6\arg(z)$이므로 $\arg(z) = \frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{12}$가 성립한다. 따라서 위 식의 해인 6개의 편각은 $\frac{\pi}{12}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{13\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12}$, $\frac{7\pi}{4}$이다. 이 중 실수부와 허수부가 모두 음수인 것에 해당하는 각은 제3사분면에 해당하는 각인 $\frac{13\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12}$이다. 문제의 조건을 만족하는 해들은
$z = \sqrt{2}(\cos(\frac{13\pi}{12}) + i\sin(\frac{13\pi}{12}))$, $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{17\pi}{12}) + i\sin(\frac{17\pi}{12}))$이다. 한편
$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$이므로 삼각함수의 제곱공식으로부터 $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$이다. 이를 이용하여 $\frac{13\pi}{12} = \pi + \frac{\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{12}$의 삼각함수 값을 계산하면 $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,
$\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\cos\left(\frac{17\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$, $\sin\left(\frac{17\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 이다. 따라서 문제의 조건을 만족하는 해들의 합은 $-\sqrt{3} - \sqrt{3}i$이다.

[채점 기준]

- $|z| = \sqrt{2}$ 구하기 **+4점**
- $\arg(z) = \frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{12}$ 또는 $\frac{\pi}{12}$, $\frac{5\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{13\pi}{12}$, $\frac{17\pi}{12}$, $\frac{7\pi}{4}$ 얻기 **+6점(개당 1점)**
- $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{13\pi}{12}) + i\sin(\frac{13\pi}{12}))$, $z = \sqrt{2}(\cos(\frac{17\pi}{12}) + i\sin(\frac{17\pi}{12}))$ 구하기 **+2점**
- 필요한 삼각함수 값들을 구하여 답 구하기 **+3점**

[문제 1-2] 〈15점〉 제시문 (나)에서 좌표평면 위의 점 $(1,0)$을 버튼A만 2015번 눌러 이동시킨 뒤, 이어서 버튼B만 2016번, 이어서 버튼C만 2017번, 또 이어서 버튼D만 2018번 눌러 이동시켰을 때 마지막 점의 위치가 (x,y)라고 하자. $|x-y|$는 몇 자리수인지 답하라. (단, $\log_{10}2=0.3010$)

[풀이]

버튼 A, B, C, D를 누르는 것은 각각 $a+bi$에 $\frac{1}{2}$, $1+i$, $2+i$, $3+i$를 곱하는 것과 같다.

복소수의 곱은 순서에 무관하므로 문제에서의 시행은 버튼A, 버튼B, 버튼C, 버튼D를 차례대로 누르는 시행을 2015번 반복한 후 버튼B를 한번, 버튼C를 두 번, 버튼D를 세 번 누르는 것과 같다.

한편, $\frac{1}{2}(1+i)(2+i)(3+i)=5i$이므로 이를 2015번 반복하면 $(5i)^{2015}=5^{2015}i^3=-5^{2015}i$가된다.

$(1+i)(2+i)^2(3+i)^3=-200+100i$이므로, 점$(1,0)$에 해당하는 복소수 1에 앞에서 계산하여 얻어진 수들을 곱하면 $4\times5^{2017}+8\times5^{2017}i$가 된다. 따라서 마지막 점의 위치는 $(4\times5^{2017},8\times5^{2017})$이므로, $|x-y|=4\times5^{2017}$이다. 또한 $\log_{10}(4\times5^{2017})=2017-2015\times\log_{10}2=1410.485$ 이므로 $|x-y|$는 1411자리수이다.

[채점 기준]

- 버튼을 복소수의 곱, 회전변환 관련 행렬 등의 수학적 대상으로 수식화 함 ($1+i$와 같이) **3점**
- 복소수(또는 대응하는 행렬)의 곱에 대한 교환법칙 또는 결합법칙을 인지하고 필요한 식을 적음 **+5점**
- 계산하여 좌표 구하기 **+5점**
- 자릿수 구하기 **+2점**

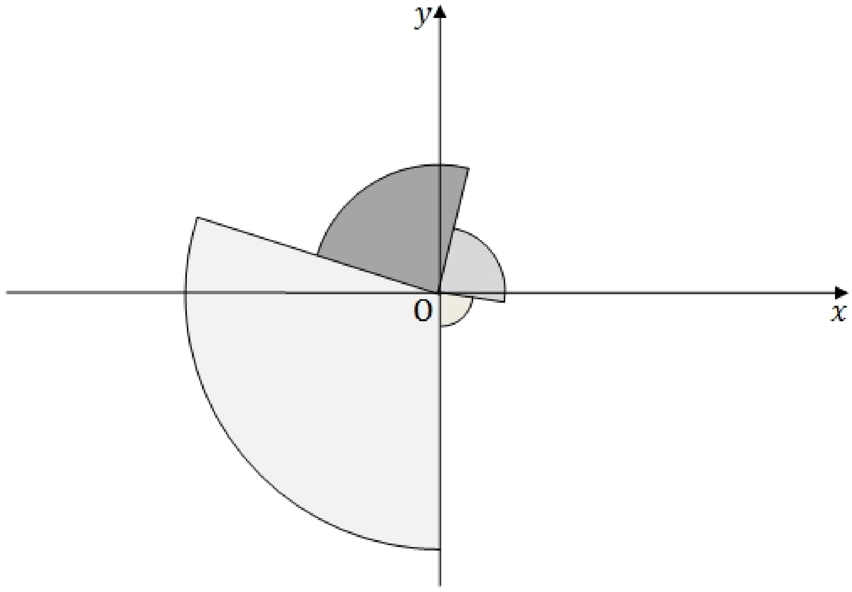
[문제 1-3] 〈20점〉 복소수들의 집합 $A=\left\{z \;\middle|\; |z|\le 2,\ \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2015}\le \arg(z)\le\frac{\pi}{2}\right\}$를 생각하자. 자연수 k에 대하여 A_k를 $A_1=A$, $A_2=\{z^2 \mid z\in A\}$, $A_3=\{z^3\mid z\in A\},\ldots$ 와 같이 정의하고, $T_k=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k$라 하며, 좌표명면에서 T_k에 대응하는 영역의 넓이를 t_k라 하자. 다음 성질을 만족하는 최소의 자연수 n에 대하여 $\frac{t_n}{2^{2015}\pi}$의 정수부분을 구하라.

> T_n은 크기 2 이하인 복소수들을 모두 포함한다, 즉 $\{z\mid |z|\le 2\}\subset T_n$.

[풀이]

$1\le k\le 4030$인 k에 대하여 A_k에 대응하는 영역은 반지름이 2^k이고 중심각이 $\frac{k\pi}{2015}$인 부채꼴 모양이다. 특히, $k=4m+\ell$ $(\ell=0,1,2,3)$ 꼴이라면 A_k는 제ℓ사분면에서 축으로부터 시계방향으로 $\frac{k\pi}{2015}$만큼 벌어진 모양이다. 반지름이 2인 원을 완전히 덮기 위해서는 각 사분면에 포함된

사분원을 덮어야 하므로 $\frac{k\pi}{2015} \geq \frac{\pi}{2}$가 성립해야 한다. 따라서 $k=1008$일 때, 처음으로 하나의 사분원을 덮게 되고, 네 개의 사분원을 모두 덮기 위한 최소의 n은 $1008+3=1011$이다. 이때 도형의 모양은 아래 그림과 같다.



반지름이 R이고 중심각이 θ인 부채꼴의 넓이는 $\frac{R^2\theta}{2}$ 이므로,

$$t_{1011} = \frac{(2^{1008})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4030}\right) + \frac{(2^{1009})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{4030}\right) + \frac{(2^{1010})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{4030}\right) + \frac{(2^{1011})^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{4030}\right)$$

이다. 따라서

$$\begin{aligned}\frac{t_{1011}}{2^{2015}\pi} &= \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4030}\right) + 2^2\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4030}\right) + 2^4\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{4030}\right) + 2^6\left(\frac{1}{2} + \frac{7}{4030}\right) \\ &= (2+8+32) + \frac{2015-3-8-32+64\times 7}{4030}\end{aligned}$$

이므로 이 수의 정수부분은 42이다.

[채점 기준]

- 영역 A_k의 모양 또는 규칙(부채꼴이 부채꼴로 변환됨)의 서술 **5점**
- 조건을 충족하는 최소의 n 구하기 **+8점**
- t_{1011} 구하기 **+4점**
- 답 구하기 **+3점**

[문제 2-1] 〈10점〉 제시문 (**나**)의 밑줄 친 문제에서 사각형 ABCD가 원에 내접하는 조건을 추가하는 경우 넓이의 최댓값은 얼마인가?

[풀이]

사각형이 원에 내접하기 위해서는 대내각의 합이 π이어야 한다. 따라서 $\theta = \frac{\pi}{2}$이며, 제시문 (**나**)의 결과에 이를 대입하면 넓이의 최댓값은 $\frac{1}{4}(a^2+b^2)+\frac{1}{2}ab$이다.

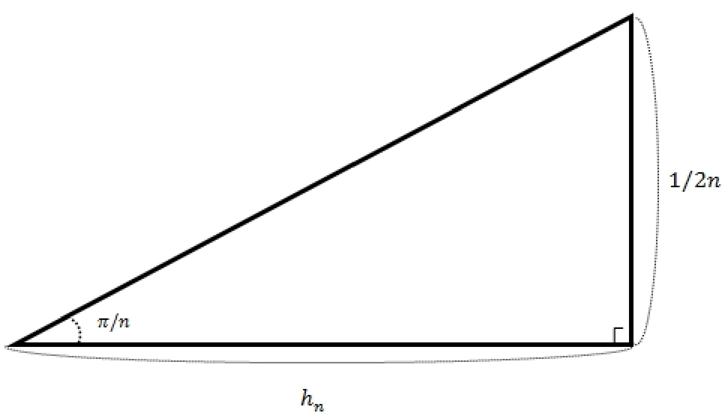
[채점 기준]

- $\theta = \frac{\pi}{2}$ 얻기 **5점**
- 넓이 구하기 **+5점**

[문제 2-2] 〈20점〉 둘레의 길이가 1인 정n각형의 넓이 S_n을 n을 이용하여 표현하고, 정n각형에 대하여 등주부등식이 성립함을 보여라.

[풀이]

아래 그림에서 $h_n = \frac{1}{2n\tan(\pi/n)}$이다. 따라서 $S_n = n \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2n} h_n = \frac{1}{4n\tan(\pi/n)}$이다.
$g(x) = \tan x - x$라 하면 $g'(x) = \sec^2 x - 1 \geq 0$, 즉 $g(x)$는 증가함수이고, $g(0)=0$이므로 $x \geq 0$에서 $g(x) \geq 0$ 이다. 따라서 $\tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \geq \frac{\pi}{n}$, $4\pi S_n = \frac{\pi}{n\tan(\pi/n)} \leq 1 = 1^2$, 즉 등주부등식을 얻게 된다.



[채점 기준]

- 정n각형을 삼각형으로 분할한 후 (h_n과 같은) 필요한 요소를 정확히 계산하고 삼각형의 넓이 공식을 적절히 활용하여 S_n을 구함 **+10점**

- 등주부등식의 식별하고 $\tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \geq \frac{\pi}{n}$임을 이용하여 부등식을 보임 **+7점**
- $\tan\left(\frac{\pi}{n}\right) \geq \frac{\pi}{n}$의 증명 **+3점**

[비고]

- S_n의 다른 표현
  - $S_n = \frac{n}{2}\left(\frac{1}{2n\sin(\pi/n)}\right)^2 \sin(2\pi/n)$
  - $S_n = \frac{\sin(2\pi/n)}{8n\sin^2(\pi/n)}$
- 넓이 S_n은 헤론의 공식으로도 유도 가능함

[문제 2-3] 〈20점〉 그림 4에서와 같이 사잇각 ϕ로 만나는 두 반직선 위에 하나씩 끝점을 가지는 두 선분으로 만들어지는 사각형의 넓이를 최대화시키는 문제를 생각해 보자. 각 ϕ의 크기는 그림 5에 나타난 바와 같다. 두 선분의 길이를 a, b라 하고 제시문 (**나**)에서와 같이 변수 x, y를 도입하자. 사각형의 넓이를 x, y, a, b, θ를 이용하여 나타내고, 그 넓이의 최댓값을 구하라.

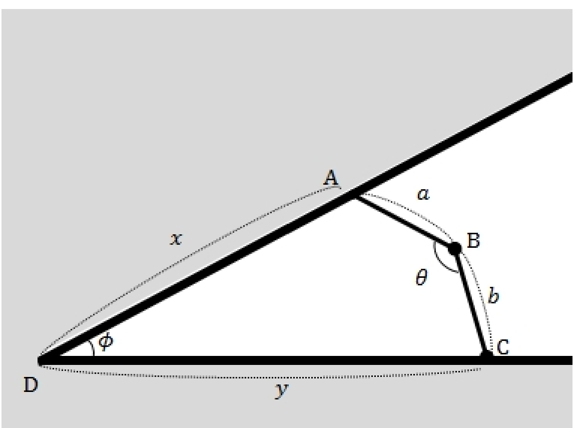


그림 4

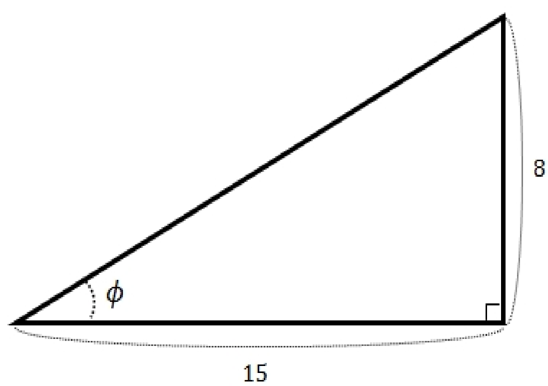


그림 5

[풀이]

사각형 ABCD의 넓이는 $S = \frac{1}{2}xy\sin\phi + \frac{1}{2}ab\sin\theta = \frac{4}{17}xy + \frac{1}{2}ab\sin\theta$이다.

한편 $a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta = x^2 + y^2 - 2xy\cos\phi = x^2 + y^2 - \frac{30}{17}xy$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \frac{4}{17}xy + \frac{1}{2}ab\sin\theta \\ &= 2xy - \frac{30}{17}xy + \frac{1}{2}ab\sin\theta \\ &\le x^2 + y^2 - \frac{30}{17}xy + \frac{1}{2}ab\sin\theta \\ &= a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta + \frac{1}{2}ab\sin\theta \\ &= a^2 + b^2 + \frac{1}{2}ab(\sin\theta - 4\cos\theta) \end{aligned}$$

한편 $\sin\theta - 4\cos\theta = \sqrt{17}\sin(\theta - \theta_0)$이다. (단 $\cos\theta_0 = \frac{1}{\sqrt{17}}$, $\sin\theta_0 = \frac{4}{\sqrt{17}}$)

따라서 $S \le a^2 + b^2 + \frac{\sqrt{17}}{2}ab$이다. 이 부등식에서 등호는 $x = y$ 일 때 성립하며 마지막 식을 최대화시키는 각 θ에 대하여 적절한 x를 구할 수 있으므로 이 부등식의 등호가 성립한다. 따라서 넓이의 최댓값은 $a^2 + b^2 + \frac{\sqrt{17}}{2}ab$이다.

[채점 기준]

- $S = \frac{4}{17}xy + \frac{1}{2}ab\sin\theta$ 구하기 **10점** (넓이 식에 ϕ가 포함된 경우 5**점 감점**)
- S와 a, b, θ 만으로 이루어진 **부등식**의 유도 **+5점**
- 삼각함수의 합성을 이용하여 S의 최댓값 후보 구하기 **+3점**
- 등호가 성립하는 경우를 확인하여 최댓값 확인 **+2점**

2015학년도 인문계열 기출문제
(오전 : 경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회과학대학)

〈답안 작성 시 유의 사항〉

• 검정색 볼펜을 사용할 것.

• 답안지에 자신을 드러낼 수 있는 표시나 불필요한 낙서가 있으면 0점 처리함.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

맹자께서 양나라의 혜왕을 만나시니, 왕이 말씀하셨다.

"노인께서 천리를 멀리 여기지 않고 오셨으니, 또한 장차 내 나라를 이롭게 함이 있겠습니까?"

맹자께서 대답하셨다.

"왕께서는 하필 이익을 말씀하십니까? 오직 인(仁)과 의(義)가 있을 뿐입니다. 왕께서 어떻게 하면 내 나라를 이롭게 할까 하시면, 대부(大夫)들은 어떻게 하면 내 집안을 이롭게 할까 하며, 선비와 서민들은 어떻게 하면 내 몸을 이롭게 할까 합니다. 그리하여 윗사람과 아랫사람이 서로 자신들의 이익을 취하게 된다면 나라가 위태로울 것입니다. 만승(萬乘)*의 나라에서 그 임금을 시해하는 자는 반드시 천승을 가진 공경의 집안이요, 천승의 나라에서 그 군주를 시해하는 자는 반드시 백승을 가진 대부의 집안이니, 만에서 천을 취하고, 천에서 백을 취함이 많지 않은 것은 아니지만, 만일 의를 뒤로 하고 이익을 먼저 하면, 모두 빼앗지 않으면 만족해하지 않습니다. 어질면서 그 어버이를 버리는 자는 있지 않으며, 의로우면서 그 군주를 뒤로 하는 자는 있지 않습니다. 왕께서는 또한 인과 의를 말씀하실 따름이데, 하필 이익을 말씀하십니까?"

– 『맹자』 –

*만승: 만 대의 수레. 국가의 규모를 의미함.

(나)

군주가 신의를 지키며 기만책을 쓰지 않고 정직하게 사는 것이 얼마나 칭송받을 만한 일인지는 누구나 알고 있습니다. 그런데도 경험에 따르면 우리 시대에 위대한 업적을 성취한 군주들은 신의를 별로 중시하지 않고 오히려 기만책을 써서 인간을 혼란시키는 데에 능숙한 인물들이라는 것을 알 수 있습니다. 그들은 신의를 지키는 자들에 맞서서 결국 승리를 거두었습니다.

그렇다면 싸움에는 두 가지 방법이 있다는 것을 알 필요가 있습니다. 그 하나는 법에 의지하는 것이고, 다른 하나는 힘에 의지하는 것입니다. 첫째 방법은 인간에게 합당한 것이고, 둘째 방법은 짐

승에게 합당한 것입니다. 그러나 전자로는 많은 경우 불충분하므로 후자에 의지해야 합니다. 따라서 군주는 모름지기 짐승의 방법과 인간의 방법을 모두 이용할 줄 알아야 합니다. 이 점을 고대의 저술가들은 군주들에게 비유적으로 가르쳤습니다. 그들은 아킬레스나 고대의 유명한 많은 군주가 반인반수(半人半獸)인 케이론에게 맡겨져 양육되었고, 그의 훈련 하에서 교육받았다는 점을 지적하고 있습니다. 반인반수를 스승으로 섬겼다는 것은 군주가 이러한 양면적인 본성의 사용법을 알 필요가 있다는 점을, 그중에서 어느 한쪽을 결여하면 그 지위를 오래 보존할 수 없다는 점을 의미합니다.

그렇다면 군주는 짐승의 방법을 잘 이용할 줄 알아야 하는데, 그 중에서도 여우와 사자를 모방해야 합니다. 왜냐하면 사자는 함정에 빠지기 쉽고 여우는 늑대를 물리칠 수 없기 때문입니다. 따라서 함정을 알아차리기 위해서는 여우가 되어야 하고, 늑대를 혼내 주려면 사자가 되어야 합니다. 단순히 사자의 방식에만 의지하는 자는 이 사태를 제대로 이해하지 못합니다. 따라서 현명한 군주는 신의를 지키는 것이 그에게 불리할 때, 그리고 약속을 맺은 이유가 소멸하였을 때, 약속을 지킬 수 없으며 또 지켜서도 안 됩니다. 이 조언은 모든 인간이 선하다면 온당하지 못할 것입니다. 그러나 인간이란 사악하고 당신과 맺은 약속을 지키려고 하지 않기 때문에, 당신 자신이 그들과 맺은 약속에 구속되어서는 안 됩니다.

게다가 군주는 약속을 지키지 못하는 그럴듯한 이유를 항상 둘러댈 수 있습니다. 이 점에서는 근래의 무수한 사례를 들 수 있는데, 얼마나 많은 평화 조약과 약속이 신의 없는 군주들에 의해서 파기되고 무효화되었는지를 보여 줄 수 있습니다. 여우의 방식을 모방하는 법을 가장 잘 아는 자들이 가장 큰 성공을 거두었습니다. 이때 여우다운 기질을 잘 위장해서 숨기는 방법을 아는 것이 필요합니다. 능숙한 기만자이며 위장자가 되어야 합니다. 인간은 매우 단순하고 목전의 필요에 따라서 쉽게 움직이기 때문에, 능숙한 기만자는 쉽게 속는 사람을 얼마든지 발견할 수 있을 것입니다.

(중략)

군주가 전쟁에서 이기고 국가를 보존하면, 그가 사용한 수단은 모든 사람에 의해서 훌륭하다고 칭송받을 것입니다. 왜냐하면 보통 사람은 외양과 결과에 감명을 받기 때문입니다. 그리고 이 세상의 사람은 대다수가 보통 사람일 뿐입니다. 이름을 굳이 밝히지는 않겠지만, 우리 시대의 한 군주는 실상 평화와 신의에 적대적이면서도 입으로는 항상 이를 부르짖고 있습니다. 하지만 만약 그가 이를 말 그대로 실천에 옮겼더라면, 그는 자신의 명성이나 권력을 잃었을 것이며, 그것도 여러 번 잃었을 것입니다.

– 마키아벨리, 『군주론』 –

(다)

남비콰라 족에서 정치적 권력은 세습적인 것이 아니다. 족장이 연로해서 병이 들거나 또는 더 이상 무거운 임무를 부담할 수 없다고 느낄 때는 그 자신이 후계자를 선택하여 “저 남자를 족장으로 삼겠다.”라고 말한다. 하지만 이 독재권은 실질적인 것이라기보다는 피상적인 것이다. 다른 경우에서도 마찬가지지만 이 문제에서의 최종 결정은 먼저 여론을 살펴 본 다음에, 족장이 대중들에게서 가장 호감을 받고 있는 사람을 후계자로 지명하는 것이었다.

그러나 새로운 족장으로 선정된 사람이 그 결정을 무조건 따라야 하는 것은 아니다. 새로운 족장으로 지명된 사람은 기꺼이 그 직책을 떠맡을 것 같지만, “천만에, 나는 족장이 되기 싫소!”라고 말하며 완강하게 거부하는 일도 종종 있다. 이 같은 경우에는 두 번째 선정을 해야만 한다. 사실 그들에

게는 권력에 대한 열렬한 경쟁이 없다. 내가 알고 있던 족장들은 족장의 높은 위치를 과시하기보다는 그들이 지고 있는 무거운 부담들과 여러 가지 책임들에 대한 고민을 털어놓았다. 그렇다면 실제적으로 족장의 특권은 무엇이며, 또 그의 의무란 어떠한 것인가?

1560년경에 몽테뉴는, 어떤 항해자가 데리고 온 세 명의 브라질 원주민을 루앙에서 만났을 때 그들 중 한 사람에게 족장(몽테뉴는 '왕'이라고 말했다.)의 특권이 무엇이냐고 물었다. 족장이었던 그 원주민은 "족장은 전쟁을 할 때 선두에 서서 싸우는 사람이다."라고 말했다. 몽테뉴는 이 이야기를 그의 책『수상록』에서 기술하면서, 그 원주민의 자신만만한 정의에 놀라움을 나타내고 있다.

그로부터 거의 4세기가 지난 후에도 그들로부터 동일한 대답을 들었다는 점에서 나는 매우 놀랐으며 그들에 대한 존경심을 갖게 되었다. 그들의 생각은 정치 철학의 일관성이 유지되지 않는 문명국가들에서는 찾아볼 수 없는 것이었다. 매우 놀랄 만한 사실이기는 하지만, 이 같은 생각은 남비콰라족의 언어에서 '족장'을 나타내는 말인 '우일리칸데'('통일하는 사람', 혹은 '결속하는 사람'이라는 의미를 지니고 있다.)에서도 나타난다. 그리고 내가 위에서 강조하였던 족장의 태도는, 그가 이 말의 의미를 인식하고 있었음을 보여 준다. 다시 말해, 족장이라는 존재가 특권의 필요성 때문에 생긴 것이 아니라 집단 그 자체를 이루려는 구성원들의 욕구로부터 발생한 것이라는 의식을 원주민들이 가지고 있었음을 암시한다.

(중략)

족장은 자신에게 규정된 권한이나 공적으로 인정된 권위에만 그의 기반을 둘 수 없다. 무리의 동의가 족장이 가진 권력의 근원을 이루며, 또한 그 동의가 족장의 지위에 정당성을 부여하기 때문이다. 한두 사람의 불평분자들이 비난받아야 할 행동을 하거나 악의를 표명한다면, 족장의 모든 계획이 어긋나 버리고 공동체의 행복이 위협받게 될 것이다. 족장은 다른 성원들 모두가 자신이 지니고 있는 것과 같은 생각을 갖고 있을 때만이 불만족스런 요소들을 제거할 수 있다. 그의 슬기로움이란 전권을 장악한 군주가 지닌 현명함이라기보다는 불확실한 다수의 동의를 유지하려고 하는 정치가의 수완이라고 할 수 있다.

– 레비스트로스,『슬픈 열대』–

[문제 1–1] 제시문 (가)와 (나)를, 각각의 글에서 강조하고 있는 '군주'의 덕목과 그 이유를 중심으로 비교하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 1–2] 제시문 (다)에 나타난 '족장'과 '구성원'의 관계에 대해 설명하고, 이를 근거로 하여 제시문 (나)에서 제안하는 군주의 통치 방법에 대해 비판하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

----

1. 다음은 유기체의 욕구 해소 행동에 영향을 주는 내부 상태와 외부 요인에 관한 글이다.

(가)

유기체는 변화하는 내외 환경에 직면하여 안정적인 내적 상태를 유지하려는 신체적 경향성을 가지고 있다. 이를 위해 여러 가지 생리적 현상을 안정적으로 조절하는 데 필요한 기제를 작동하며, 이러한 생리적 안정 상태의 유지 기제를 동질정체(homeostasis)라고 한다. 안정 상태의 유지는 생리적 수단이나 행동적 수단으로 충족될 수 있다. 예를 들어, 체온이 너무 높이 올라가면 우리 신체는 땀을 흘림으로써 체온을 내려가게 하고, 반대로 체온이 너무 낮으면 피부를 수축시킴으로써 더 이상 열기가 바깥으로 빠져나가지 못하게 하여 가능한 한 체온을 일정 범위 내에서 안정적으로 유지하려 한다. 행동을 통해서도 이러한 체온 조절이 가능하다. 체온이 너무 높은 경우에는 나무 그늘 밑으로 들어감으로써 체온을 낮추고, 체온이 너무 낮은 경우에는 불을 피우거나 옷을 두툼하게 입음으로써 체온을 높인다. 체온뿐만 아니라 여러 가지 다른 형태의 생리적 상태 역시 이와 비슷한 조절 과정을 거친다. 갈증은 신체가 물을 필요로 할 때 유기체가 물을 찾아 마시게 하는 역할을 하며, 배고픔은 신체가 음식을 필요로 할 때 유기체가 음식을 찾아 먹게 하는 역할을 한다. 즉, 유기체가 비교적 일정한 수분이나 영양분을 유지하는 것은 생리적 수단뿐만 아니라 행동적 수단을 통해서도 이루어진다.

안정 상태의 유지는 단기적 조절과 장기적 조절에 의한 것으로 나누어 볼 수 있다. 배고픔은 단기적으로는 혈당량을 조절하여 해소하고, 장기적으로는 지방 에너지의 저장을 통하여 해소한다. 우선, 단기적 조절의 경우를 살펴보자. 우리 몸의 간은 혈액 속의 당분이 부족하다는 것을 파악하여 식욕을 자극하도록 뇌의 외측 시상하부에 신호를 보낸다. 시상하부의 명령을 받아 음식을 섭취하면 혈당 수준이 증가하고, 이를 간에서 파악하여 다시 포만신호를 뇌의 복내측 시상하부에 보낸다. 이렇게 형성된 혈당이 세포 내의 당으로 전환되어야 에너지를 생산하는데, 바로 인슐린이 세포막의 투과성을 높여 혈액 내의 당이 세포 내로 이동하도록 만드는 것이다(당뇨병 환자는 인슐린이 부족하여 이러한 작용을 하지 못하므로, 혈당량은 높은데도 항상 배가 고프다). 장기적 조절의 경우를 살펴보자. 지방은 안정적이고 지속적인 에너지 생성원이다. 저장된 지방이 일정 수준 이하로 부족해지면 지방 조직에서 혈장으로 호르몬을 방출하여 음식을 섭취하도록 만들어 체중이 증가한다. 반면에 일정 수준 이상으로 지방의 양이 증가하면 지방 조직에서 혈장으로 렙틴(leptin)이라는 호르몬을 방출하여 음식 섭취를 줄이도록 한다. 이렇게 하여 체중이 감소하게 된다. 이와 같은 조절에 의해 개인의 지방세포는 일정한 수준을 유지한다.

(나)

실험용 쥐에게 충분한 양의 물과 음식을 제공해 준 뒤, 다시 설탕물을 제공해 주면 쥐가 전체 혈액량의 2~3배를 마시는 현상을 보인다. 그러나 이때 쥐는 생리적 의미에서 배가 고프다든지 목이 마르기 때문에 설탕물을 마시는 것이 아니다. 충분한 물과 음식이 제공되었기 때문에 설탕물이 아닌 보통 물이 제공되었다면 그렇게 과다섭취 행동을 보이지는 않았을 것이다. 또한 쥐는 섭취 행동뿐만 아니라 설탕물을 먹기 위해 임의적으로 설정된 어떠한 형태의 행동도 훈련을 통하여 할 수 있게 된

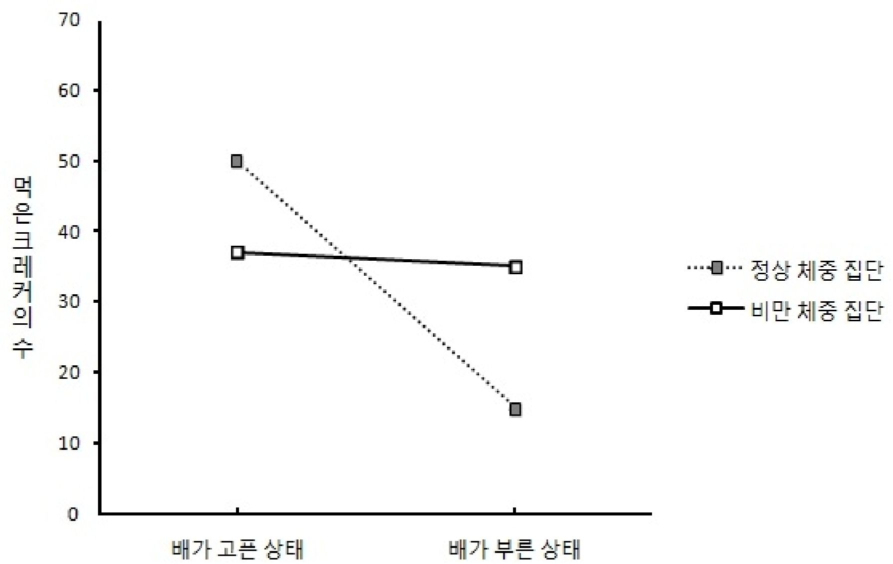
다. 이를테면, 설탕물을 얻기 위해 미로를 달린다거나 지렛대를 누르는 행동을 하도록 훈련받았다면 이러한 행동을 할 수 있다. 이러한 현상을 통해 알 수 있는 사실은 모든 동기화 상태가 유기체의 내부 요인에 의해서만 유발되지는 않는다는 것이다. 즉, 유기체의 신체 외부에 있는 요인 역시 동기화 상태를 유발할 수 있다. 특히, 음식의 맛은 과다한 섭취 행동을 유발하는 하나의 요인으로 현대 사회에서 문제가 되는 비만 현상을 어느 정도 설명해 준다.

아마 거의 모든 사람이 같은 음식을 계속 먹게 되면 점차 식욕이 감퇴되어 가는 것을 느낄 것이다. 이러한 현상에 대한 임상적인 연구에 따르면, 비만인 사람은 병원에 장기간 입원해 있을 때 계속적으로 동일한 종류의 식사를 제공받게 되면 체중이 줄어들게 된다. 실험용 쥐를 이용한 실험에서도 역시 비슷한 결과가 나왔다. 한 집단의 쥐에게는 두 시간 동안 30분마다 네 가지 종류의 음식을 바꾸어 제공하고, 다른 집단의 쥐에게는 두 시간 동안 한 가지 종류의 음식을 제공한 결과, 첫 번째 집단에 속한 쥐가 두 번째 집단에 속한 쥐보다 평균 30% 정도를 더 먹는다는 사실을 발견하였다. 인간 역시 한 가지 종류의 샌드위치가 제공되었을 때보다 다양한 종류의 샌드위치가 제공되었을 때 더 많이 먹는다고 한다. 그리고 음식의 모양도 이와 비슷한 결과를 낳는다고 한다. 즉, 같은 재료로 만든 음식도 모양을 달리하였을 때 사람들은 더 많이 먹는다는 것이다. 음식물이 지나치게 풍부한 현대 사회에서는 이러한 유인 자극이 너무나도 많으며, 우리 사회에 범람하고 있는 광고물은 비만 현상에 기여하는 하나의 큰 요인이라고 할 수 있다.

2. 다음은 체중과 음식 섭취 행동의 관계에 관한 실험 결과이다.

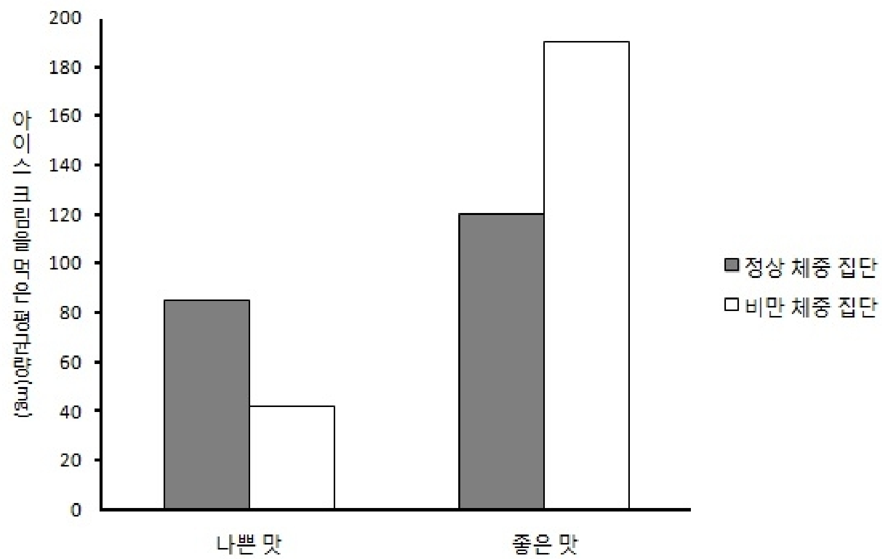
〈실험 1〉

정상 체중을 가진 사람들과 비만 체중인 사람들에게 배가 고픈 상태에서, 그리고 배가 충분히 부를 만큼 음식을 먹도록 유도한 뒤 배가 부른 상태에서, 크래커를 제공하였다. 그리고 정상 체중인 사람들과 비만인 사람들이 각각 크래커를 먹는 양에 어떠한 차이를 보이는지 관찰하였다. 그 결과는 다음과 같다.



〈실험 2〉

정상 체중을 가진 사람들과 비만 체중인 사람들에게 맛이 좋지 않은 아이스크림을 충분히 제공할 때, 그리고 최상급의 바닐라향이 든 맛 좋은 아이스크림을 충분히 제공할 때, 정상 체중인 사람들과 비만인 사람들이 각각 아이스크림을 먹는 양에 어떠한 차이를 보이는지 관찰하였다. 그 결과는 다음과 같다.



[문제 2-1] 제시문 (가)를 바탕으로 <실험 1>의 정상 체중 집단의 결과를 비만 체중 집단의 결과와 비교하여 기술하고, 그 차이를 해석하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

[문제 2-2] 제시문 (나)를 바탕으로 <실험 2>의 비만 체중 집단의 결과를 정상 체중 집단의 결과와 비교하여 기술하고, 그 차이를 해석하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. **(25점)**

2015학년도 인문계열 모범답안
(오전 : 경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회과학대학)

[문제 1] 생략

[문제 2]

[문제 2-1] <실험1>의 정상 체중 집단의 결과를 비만 체중 집단과 비교하여 기술하고, 제시문 (가)에 기초하여 그 차이를 해석하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점).**

[문제 2-2] <실험2>의 비만 체중 집단의 결과를 정상 체중 집단과 비교하여 기술하고, 제시문 (나)에 기초하여 그 차이를 해석하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점).**

❶ 정상 체중을 가진 사람들은 배가 부를 때 크래커를 먹는 양이 배가 고플 때보다는 크게 줄어든다는 사실을 알 수 있다. 그러나 비만 체중인 사람들은 배가 고픈 상태와 배가 부른 상태에서 크래커를 먹는 양이 거의 차이가 나지 않는다. 제시문 (가)는 유기체의 욕구 해소 행동과 관련하여 신체 내부 요인의 영향에 대해 기술하고 있다. 정상 체중 집단은 신체 내부 상태에 따라 섭취 행동을 조절하기 때문에 배가 부른 상태처럼 신체가 더 이상의 열량을 필요치 않을 때에는 음식 섭취를 줄이기 때문에 적정 체중이 유지된다. 이에 비해, 비만 체중 집단은 정상 체중 집단보다 신체 내부 요인에 덜 민감하게 반응하기 때문에 배가 불러서 더 이상의 열량이 필요치 않을 때에도 음식 섭취를 줄이지 않아 비만 상태가 유지된다. (392자)

❷ 비만 체중인 사람들은 아이스크림 맛이 있을 때 먹은 양이 맛이 없을 때보다 확연히 증가한다는 것을 알 수 있다. 그러나 정상 체중인 사람들은 아이스크림 맛이 있을 때 먹은 양이 맛이 없을 때 먹는 양과 크게 차이가 나지 않는다. 제시문 (나)는 유기체의 욕구해소 행동과 관련하여 외부 요인의 영향에 대해 기술하고 있다. 비만 체중 집단은 신체 내부 요인보다는 외부 요인(아이스크림의 맛)에 의해 더 많은 영향을 받는다고 할 수 있다. 즉 비만 체중인 사람들은 내적 신체 상태에 비교적 둔감하기 때문에 외적 자극이 그를 유혹하는 한 비록 신체가 더 이상의 열량을 필요치 않아도 계속 음식을 먹게 된다. 이에 비해, 정상 체중 집단은 외부 요인에 영향을 받는 폭이 상대적으로 작다. (386자)

2015학년도 인문계열 채점기준
(오전 : 경영대학(금융공학과 제외), 인문대학, 사회과학대학)

[문제 1]의 채점 지침

[문제 1-1] 제시문 (가)와 (나)를, 각각의 글에서 강조하고 있는 '군주'의 덕목과 그 이유를 중심으로 비교하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점).**

[문제 1-2] 제시문 (다)에 나타난 '족장'과 '구성원'의 관계에 대해 설명하고, 이를 근거로 하여 제시문 (나)에서 제안하는 군주의 통치 방법에 대해 비판하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점).**

1. 채점 시 유의 사항

① [문제 1]은 50점 만점으로 되어 있으나 전 항목 '상'에 해당하는 우수 답안에 대하여 40점을 부여하는 것을 원칙으로 함. 이는 만점자가 양산되는 것을 방지하기 위한 것임. 단, 드물게 발견되는 탁월한 답안은 41점부터 50점까지 부여할 수 있음.

② 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나눔.

③ 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

❶ (가)와 (나)는 모두 집단의 지도자로서 갖추어야 할 덕목을 제시하고 있다는 점에 공통점이 있으나 구체적인 내용과 그 이유에 큰 차이가 있다. (가)에서는 왕으로서 갖추어야 할 가장 중요한 덕목으로 '인'과 '의'를 제시하여 의로운 지도자의 모습을 강조하고 있다. 이는 나라의 가장 윗사람으로서 왕이 의롭지 못한 모습을 보일 때 구성원 전체가 각자의 이익만을 추구하게 되어 결과적으로 나라 전체가 위험에 빠지게 된다고 보기 때문이다.

이와 달리 (나)는 자신의 뜻에 따라 사람들을 이용할 수 있는 힘과 지략을 지닌 군주의 능력을 강조하고 있다. 이는 인간이 본래 사악하고 약속을 지키지 않으려는 속성이 있기 때문에 필요에 따라 약속을 어기고, 자신을 본심을 숨기며, 사람을 기만할 줄 알아야 군주가 자신의 자리를 지킬 수 있다고 보기 때문이다. (419자)

❷ (다)에 등장하는 '족장'은 구성원의 동의에 의해 정당성이 부여된 권력을 지닌 존재이다. 족장은 누군가 특권을 누리기 위해 만들어진 것이 아니라 집단 그 자체를 유지하려는 구성원의 욕구와 의식에 따라 선택된 자이기 때문이다. 따라서 족장과 구성원은 권력을 가진 족장이 구성원을 일방적으로 지배하지 않는, 서로간의 동의에 따라 형성된 균형적인 관계를 이루고 있다.

이와 같이 구성원들의 동의와 균형을 전제로 하는 (다)의 입장에서 볼 때 (나)에서 주장하고 있는 군주의 통치 방식은 권력의 본질과 구성원에 대한 태도의 측면에서 심각한 문제가 있다. (나)는 군주로서의 권력이 구성원으로부터 부여된 것이라는 점을 망각하고 있고, 또한 권력의 근원인 구성원들을 불신하고 자신의 필요에 따라 기만할 수 있는 존재로 바라보기 때문이다. (410자)

3. 세부 지침

□1 내용면: ➊ ➋에 해당하는 내용을 모두 포함한 경우 -------------------------------- 40점

➊ (가), (나)의 내용 파악 및 요약 -- 20점

- (가)의 주장을 ‘인’과 ‘의’를 지켜야 한다고 요약하면 5점
- (가)의 주장의 근거에 대해 군주가 ‘인’과 ‘의’를 잃었을 때 나라가 위태로워지기 때문이라고 설명하면 5점
- (나)의 주장을 군주가 사람들을 힘과 지략으로 이용할 수 있어야 한다고(기만책을 능숙히 사용할 수 있어야 한다고) 요약하면 5점
- (나)의 주장의 근거로 군주가 기만책을 사용할 줄 모르면 군주의 자리를 지키지 못하기 때문이라고 설명하면 5점

➋ (다)의 내용 파악 및 (나)에 대한 비판 -- 20점

- (다)에서 족장을 구성원의 욕구에 의해 선택된 자로 본다는 점을 언급하면 5점
- (다)에서 족장이 구성원과 동의를 매개로 균형적 관계를 이룬다고 언급하면 5점
- (나)를, (다)에서 제시하는 권력의 본질(구성원의 필요와 동의에 의해 정당화되는 권력)과 대조하여 비판하는 내용이 포함되면 5점
- (나)를, (다)에 나타난 구성원에 대한 족장의 태도(상호 대등함, 공동체성의 강조 등)와 대조하여 비판하는 내용이 포함되면 5점

□2 표현면 -- 10점(상: 10, 중: 5, 하: 0)

➊ 어휘력: 적절한 어휘 사용

➋ 문장력: 문법적인 문장 구사

➌ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

□1 문제 1, 2 각각 분량 5점 감점

- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

□2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

[문제 2]의 채점 지침

[문제 2-1] <실험1>의 정상 체중 집단의 결과를 비만 체중 집단과 비교하여 기술하고, 제시문 (가)에 기초하여 그 차이를 해석하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점).**

[문제 2-2] <실험2>의 비만 체중 집단의 결과를 정상 체중 집단과 비교하여 기술하고, 제시문 (나)에 기초하여 그 차이를 해석하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점).**

1. 채점 시 유의 사항

① [문제 2]는 50점 만점으로 되어 있으나 전 항목 '상'에 해당하는 우수 답안에 대하여 40점을 부여하는 것을 원칙으로 함. 이는 만점자가 양산되는 것을 방지하기 위한 것임. 단, 드물게 발견되는 탁월한 답안은 41점부터 50점까지 부여할 수 있음.

② 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.

③ 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

❶ 정상 체중을 가진 사람들은 배가 부를 때 크래커를 먹는 양이 배가 고플 때보다는 크게 줄어든다는 사실을 알 수 있다. 그러나 비만 체중인 사람들은 배가 고픈 상태와 배가 부른 상태에서 크래커를 먹는 양이 거의 차이가 나지 않는다. 제시문 (가)는 유기체의 욕구 해소 행동과 관련하여 신체 내부 요인의 영향에 대해 기술하고 있다. 정상 체중 집단은 신체 내부 상태에 따라 섭취 행동을 조절하기 때문에 배가 부른 상태처럼 신체가 더 이상의 열량을 필요치 않을 때에는 음식 섭취를 줄이기 때문에 적정 체중이 유지된다. 이에 비해, 비만 체중 집단은 정상 체중 집단보다 신체 내부 요인에 덜 민감하게 반응하기 때문에 배가 불러서 더 이상의 열량이 필요치 않을 때에도 음식 섭취를 줄이지 않아 비만 상태가 유지된다. (392자)

❷ 비만 체중인 사람들은 아이스크림 맛이 있을 때 먹은 양이 맛이 없을 때보다 확연히 증가한다는 것을 알 수 있다. 그러나 정상 체중인 사람들은 아이스크림 맛이 있을 때 먹은 양이 맛이 없을 때 먹는 양과 크게 차이가 나지 않는다. 제시문 (나)는 유기체의 욕구해소 행동과 관련하여 외부 요인의 영향에 대해 기술하고 있다. 비만 체중 집단은 신체 내부 요인보다는 외부 요인(아이스크림의 맛)에 의해 더 많은 영향을 받는다고 할 수 있다. 즉 비만 체중인 사람들은 내적 신체 상태에 비교적 둔감하기 때문에 외적 자극이 그를 유혹하는 한 비록 신체가 더 이상의 열량을 필요치 않아도 계속 음식을 먹게 된다. 이에 비해, 정상 체중 집단은 외부 요인에 영향을 받는 폭이 상대적으로 작다. (386자)

3. 세부 지침

1 내용면: ❶ ❷에 해당하는 내용을 모두 포함한 경우 ---------------------------------- 40점

❶ 정상 체중 집단의 결과와 제시문 (가)의 연결 ------------------------------------ 20점

- 정상 체중 집단이 배고픈 상태와 배부른 상태에서 차이가 크다는 점을 언급하면 5점
- 비만 체중 집단이 배고픈 상태와 배부른 상태에서 차이가 작다는 점을 언급하면 5점
- 제시문 (가)는 신체 내부 요인의 영향에 대해 기술하고 있음을 언급하면 5점
- 정상 체중 집단은 신체 내부 상태에 따라 섭취 행동을 조절하고 있음을 언급하면 5점

❷ 비만 체중 집단의 결과와 제시문 (나)의 연결 ------------------------------------ 20점

- 비만 체중 집단이 아이스크림 맛에 따라 섭취량의 차이가 크다는 점을 언급하면 5점
- 정상 체중 집단이 아이스크림 맛에 따라 섭취량의 차이가 작다는 점을 언급하면 5점
- 제시문 (나)는 외부 요인의 영향에 대해 기술하고 있음을 언급하면 5점
- 비만 체중 집단은 외부 요인에 따라 섭취 행동에 영향 받음을 언급하면 5점

2 표현면 --- 10점(상: 10, 중: 5, 하: 0)

❶ 어휘력: 적절한 어휘 사용

❷ 문장력: 문법적인 문장 구사

❸ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1, 2 각각 분량 5점 감점

- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

MEMO

Maps and Directions to Ajou University

아주대학교 오시는 길

입학상담

16499 경기도 수원시 영통구 월드컵로 206 아주대학교 입학처(율곡관 102호)
Tel. 031) 219-3981, 2021　　Fax. 031) 213-5174　　www.iajou.ac.kr

대중교통

- 사당역 4번출구(소요시간 40분) : 과천 좌석버스 7000번, 7001번 승차 》 과천, 의왕간 고속도로 》 아주대
- 강남역 6,7번출구, 양재역 7번출구(소요시간 40분) : 좌석버스 3007번 승차 》 경부고속도로 》 아주대
- 잠실역 6번 출구(소요시간 50분) : 좌석버스 1007-1번 승차 》 아주대
- 성남, 분당지역 : 시내버스 720번, 720-1번, 720-2번 승차 》 아주대
- 수원지역 : 1호선(국철)을 이용하여 수원역에서 하차 후 4번·9번 출구, 시내버스 2-2, 13-4, 720, 11-1, 46-1, 720-2번 승차 》 아주대

승용차

- 경부고속도로 상행선 : 수원(신갈)IC 》 수원방면(좌회전) 》 원천유원지 》 아주대/국립지리원표지판(우회전) 》 아주대병원 》 아주대(우측)
- 경부고속도로 하행선 : 서울 》 신갈/안산 방면 고속도로 》 동수원IC 》 광주/수지 방면 》 월드컵축구전용구장 》 아주대학교(좌측)