

	학 교 명							
	성 명							
	주민번호							-

## 2017학년도 수시모집 논술전형 모의고사

### ☐ 문제수 및 고사 시간

문제수	시 간	배점비율
3	100분	[문제 1]은 총 점수의 34%, [문제 2], [문제 3]은 각각 33%

### ☐ 수험생 유의사항

- 답안지에 고교명, 성명, 주민번호 7자리를 정확히 명기
- 계산기와 통신기기 등은 휴대할 수 없으며, 휴대 시 부정행위자로 처리
- 답안지는 1매만 사용해야 하며, 2매 사용 시 무효(0점) 처리
- 반드시 검은색 필기구만 사용  
(볼펜, 사인펜 사용가능. **연필, 샤프, 수정액, 수정테이프 사용 불가**)
- 문제지의 여백은 연습장으로 활용 가능
- 답안지를 수정할 경우 두 줄을 그어 수정
  - 답안 작성 시 0점 처리 기준
    - 답안지에 답 이외의 특정 표기나 자신의 신원을 드러내는 표시를 한 경우
    - 검은색 필기구로 작성하지 않은 경우
    - 수정이 가능한 연필류 등으로 작성한 경우
    - 수정액 또는 수정테이프를 사용하여 수정한 경우
    - 답안지의 지정된 범위를 벗어나 답안을 작성한 경우

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하십시오.(34점)

(가) 함수의 극한값 계산

극한  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  이 존재하고  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$  이면  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$  이다.

(나) 인수정리

$x$  에 대한 다항식  $P(x)$  에 대하여  $x - a$  가  $P(x)$  의 인수일 필요충분조건은  $P(a) = 0$  이다.

(다) 삼차방정식의 근과 계수의 관계

삼차방정식  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$  라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \quad \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

[1.1] 다음 조건을 모두 만족하는 다항식  $f(x)$  중에서 차수가 가장 낮은 것을 구하십시오.(12점)

- (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x(x-1)} = 1$  이고  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x(x-1)}$  가 존재한다.
- (2)  $f(-1) = 4$
- (3) 최고차항의 계수는 1이다.
- (4)  $f'(-1) = -20$

[1.2]  $n$  차 방정식  $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 = 0$  의 근이  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  일 때  $\alpha_1 + 1, \dots, \alpha_n + 1$  을 근으로 갖는  $n$  차 방정식을 구하십시오.(8점)

[1.3]  $n$  차 방정식  $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0 = 0$  (단,  $a_0 \neq 0$ ) 의 근이  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  일 때  $\frac{1}{\alpha_1}, \dots, \frac{1}{\alpha_n}$  을 근으로 갖는  $n$  차 방정식을 구하십시오.(8점)

[1.4] 위의 [1.1]에서 구한  $f(x)$  가  $n$  차 다항식이고  $f(x) = 0$  의 근이  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  일 때, [1.2]와 [1.3]을 이용하여 다음 값을 구하십시오.(6점)

$$\frac{1}{\alpha_1 + 1} + \dots + \frac{1}{\alpha_n + 1}$$

## [문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.(33점)

## (가) 정적분과 넓이

구간  $[a, b]$ 에서 연속인 함수  $y = f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x = a, x = b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S$ 라고 할 때, 구간  $[a, b]$ 에서  $f(x) \geq 0$ 이면

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

## (나) 정적분의 치환적분법

구간  $[a, b]$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여, 미분가능한 함수  $x = g(t)$ 의 도함수  $g'(t)$ 가 연속이고,  $a = g(\alpha), b = g(\beta)$ 이면

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t) dt$$

[2.1] 다음 정적분을 구하시오.(8점)

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

[2.2] 다음 부등식이 성립함을 보이시오.(8점)

$$\sum_{k=1}^{2017} \frac{8068}{2017^2 + k^2} < \pi$$

[2.3] 실수 전체에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 성질을 만족한다.

(1)  $f'(x)$ 는 연속함수이다.

(2)  $f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

이때, 다음 등식이 성립함을 보이시오.(9점)

$$\int_0^{\pi} \frac{xf'(x)}{1 + \{f(x)\}^2} dx = \int_0^{\pi} \frac{(\pi-t)f'(t)}{1 + \{f(t)\}^2} dt$$

[2.4] 위의 [2.3]의 조건을 만족하는 함수  $f(x)$ 가  $f(0) = -1, f(\pi) = 1$ 인 증가함수일 때, 다음 정적분을 구하시오.(8점)

$$\int_0^{\pi} \frac{xf'(x)}{1 + \{f(x)\}^2} dx$$

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.(33점)

(가) 일대일 함수

함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 정의역  $X$ 의 임의의 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 이면  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 가 성립할 때, 함수  $f$ 를 일대일함수라고 한다.

(나) 합성 함수

두 함수  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow Z$ 에 대하여  $X$ 의 각 원소  $x$ 에  $Z$ 의 원소  $g(f(x))$ 를 대응시키면 이 대응은  $X$ 에서  $Z$ 로의 함수이다. 이를  $f$ 와  $g$ 의 합성함수라고 하고  $g \circ f$ 로 나타낸다.

(다) 순열과 조합

ㄱ. 서로 다른  $n$ 개에서  $r$ 개를 택해서 일렬로 나열하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 순열이라고 하고, 그 수는  ${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$  (단,  $0 \leq r \leq n$ )이다.

ㄴ. 서로 다른  $n$ 개에서 중복을 허락하여  $r$ 개를 택해서 일렬로 나열하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 중복순열이라고 하고, 그 수는  ${}_n\P_r = n^r$ 이다.

ㄷ. 서로 다른  $n$ 개에서 순서를 생각하지 않고  $r$ 개를 택하는 것을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 조합이라고 하고, 그 수는  ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$  (단,  $0 \leq r \leq n$ )이다.

ㄹ. 서로 다른  $n$ 개에서 중복을 허락하여  $r$ 개를 택하는 조합을  $n$ 개에서  $r$ 개를 택하는 중복조합이라고 하고, 그 수는  ${}_nH_r = {}_{n+r-1}C_r$ 이다.

$X = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  (단,  $k, n$ 은 자연수이고,  $k < n$ )일 때,  $f$ 는  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수이고,  $g$ 는  $Y$ 에서  $X$ 로의 함수이다.

[3.1]  $f(1) = 1$ 을 만족하는 함수  $f$ 와 합성함수  $g \circ f$ 의 개수를 구하시오.(8점)

[3.2] 모든  $i, j \in X$ 에 대하여,  $i < j$ 이면  $(g \circ f)(i) < (g \circ f)(j)$ 를 만족하는 합성함수  $g \circ f$ 의 개수를 구하시오.(6점)

[3.3] 모든  $i, j \in X$ 에 대하여,  $i < j$ 이면  $(g \circ f)(i) \leq (g \circ f)(j)$ 를 만족하는 합성함수  $g \circ f$ 의 개수를 구하시오.(6점)

[3.4] 합성함수  $g \circ f$ 가 일대일함수일 때, 함수  $f$ 의 개수를 구하시오.(6점)

[3.5] 주어진 일대일함수  $f$ 에 대하여, 합성함수  $g \circ f$ 가 일대일함수가 되도록 하는 함수  $g$ 의 개수를 구하시오.(7점)