

1. 2020학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

논제I<수학>

I. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (60점)

[가] 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 a 보다 큰 값을 가지면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 수 α 에 한없이 가까워지면 α 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 우극한이라 하며, 기호로 $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = \alpha$ 와 같이 나타낸다. 또, x 가 a 보다 작은 값을 가지면서 a 에 한없이 가까워질 때, $f(x)$ 의 값이 일정한 수 β 에 한없이 가까워지면 β 를 $x=a$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 좌극한이라 하며, 기호로 $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = \beta$ 와 같이 나타낸다.

[나] 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

[다] 구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x=g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가 구간 $[\alpha, \beta]$ 에서 연속이고 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$ 이면

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t)dt$$

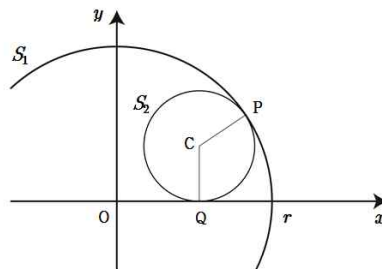
[라] 닫힌 구간 $[a, b]$ 의 임의의 점 x 에서 x 축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이가 $S(x)$ 인 입체도형의 부피 V 는

$$V = \int_a^b S(x)dx \quad (\text{단, } S(x) \text{는 닫힌 구간 } [a, b] \text{에서 연속})$$

[마] 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a)=0$ 일 때, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이고, 극댓값 $f(a)$ 를 가진다.

[논제 I] 제시문 [가]~[마]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

그림과 같이 원 S_2 는 원 $S_1: x^2+y^2=r^2 (r>0)$ 의 내부에서 x 축과 접하고, 제1사분면 위의 점 P에서 원 S_1 과 접한다. 원 S_2 의 중심을 C라 하고 점 C에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q라 하자. (단, O는 원점)



[문제 I-1]

$r=1$ 일 때 원 S_1 위의 점 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 접선 l 이 x 축과 만나는 점을 D 라 할 때, 두 점 C 와 D 를 지나는 직선의 방정식을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (6점)

[문제 I-2]

(1) $0 < a < r$ 인 점 $P(a, \sqrt{r^2 - a^2})$ 에 대하여, 점 C 의 x 좌표와 y 좌표를 a 에 관한 함수 $g(a)$ 와 $h(a)$ 로 각각 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 극한값 $\lim_{a \rightarrow 0+} g(a)$, $\lim_{a \rightarrow 0+} h(a)$, $\lim_{a \rightarrow r-} g(a)$, $\lim_{a \rightarrow r-} h(a)$ 를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (4점)

[문제 I-3]

점 C 가 그리는 곡선과 x 축 그리고 y 축으로 둘러싸인 영역 A 의 넓이를 $\alpha(r)$ 이라 하자. 영역 A 의 내부에 있고 각 변이 x 축 또는 y 축에 평행한 직사각형의 넓이의 최댓값을 $\beta(r)$ 이라 할 때, $\alpha(r)$ 과 $\beta(r)$ 을 각각 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

[문제 I-4]

(1) 삼각형 CPQ 를 밑면으로 하고 높이가 선분 OC 의 길이와 같은 삼각기둥을 만들었을 때, 이 삼각기둥의 부피의 최댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $r \geq 2$ 이고 $0 < x < r$ 일 때, 점 Q 의 좌표가 $(x, 0)$ 인 삼각형 CPQ 의 넓이를 $S(x)$ 라 하자. 닫힌 구간 $\left[\frac{1}{\sqrt{r}}, \sqrt{\frac{2}{r}}\right]$ 의 임의의 점 x 에서 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$ 인 입체도형의 부피가 $V(r)$ 일 때, 극한값 $\lim_{r \rightarrow \infty} V(r)$ 을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

문제 II <물리>

II. 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (40점)

[가] 유체 속의 물체는 윗부분과 아랫부분의 압력 차이에 의한 부력을 받는다. 이때 부력의 크기는 유체에 잠긴 부분의 부피에 해당하는 유체의 무게와 같다.

[나] 용수철에 힘이 작용하여 용수철이 x 만큼 늘어났을 때 늘어난 길이는 용수철에 작용한 힘의 크기에 비례한다. 따라서 길이가 x 만큼 늘어난 용수철이 원래의 길이로 되돌아가려는 탄성력 F 는 다음과 같다.

$$F = -kx$$

[다] 용수철의 탄성 퍼텐셜 에너지는 용수철이 늘어나거나 줄어들으로써 저장되는 에너지이다. 만일 용수철이 늘어나거나 줄어들지 않았다면 용수철의 퍼텐셜 에너지가 저장되지 않은 것이다.

평형 위치에서 x 만큼 늘어난 용수철이 가지는 탄성 퍼텐셜 에너지 U 는 평형 위치를 기준으로 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$

[라] 물체를 지표면에서 위로 들어 올리기 위해서는 중력이 작용하기 때문에 물체에 일을 해야 한다. 질량이 m 인 물체를 지표면에서 높이 h 만큼 같은 속력을 유지하며 들어 올리면 물체는 지표면을 기준으로 무게 mg 만큼의 일정한 힘으로 높이 h 만큼 이동한 것이다. 따라서 물체의 중력 퍼텐셜 에너지 U 는 지표면을 기준으로 다음과 같다.

$$U = mgh$$

[마] 놀이 공원에 있는 롤러코스터는 높은 곳에서 아래로 내려갈 때 속력이 점점 빨라진다. 아래로 내려가면서 중력 퍼텐셜 에너지가 감소하고 속력이 증가하므로 운동 에너지가 증가한다. 마찰과 공기 저항이 없을 때 롤러코스터가 가지고 있는 운동 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 합인 역학적 에너지는 일정하게 보존된다.

[바] 현악기의 줄을 손으로 통기거나 관악기를 불면 특정한 진동수에서 정상파가 만들어진다. 이 진동수를 고유 진동수라고 한다. 외부에서 고유 진동수의 진동을 줄이나 관에 가하면 보강 간섭으로 파동의 진폭이 커지는데, 이러한 현상을 공명이라고 한다. 공명으로 정상파가 만들어지면 진폭이 커져서 원래의 소리보다 더 큰 소리를 들을 수 있다.

[사] 다양한 진동수의 전류가 흐르는 교류 회로에서 코일과 축전기의 특성을 이용하면 특정한 진동수의 교류를 선택적으로 사용하거나 전류의 흐름을 안정되게 유지하는 것이 가능하다. 코일과 축전기가 연결된 교류 회로를 사용하여 만든 대표적인 장치로 고음용 스피커와 저음용 스피커를 들 수 있다.

[아] 파동의 속력은 파동이 단위 시간 동안에 이동한 거리이다. 파동의 파장을 λ , 진동수를 f 라고 하면, 파동의 속력 v 는 다음과 같다.

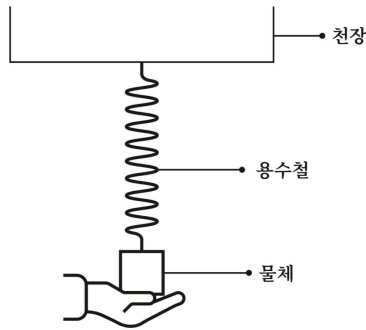
$$v = f\lambda$$

[문제 II-1] 제시문 [가]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

커다란 빙산이 바닷물에 정지한 채 떠 있다. 빙산의 밀도는 0.92 g/cm^3 , 바닷물의 밀도는 1.03 g/cm^3 이다. 빙산의 전체 부피에 대한 바닷물 위로 드러난 부피의 비율을 소숫점 셋째 자리에서 반올림하여 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

[문제 II-2] 제시문 [나], [다], [라], [마]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

[그림 1]과 같이 용수철 상수 k 인 용수철의 한 쪽 끝을 천장에 고정하고, 용수철의 다른 쪽 끝에 질량 m 인 물체를 연직 방향으로 매달았다. 이때 용수철이 원래 길이를 유지하도록 물체를 손으로 떠받치고 있다고 하자. 용수철의 질량과 공기 저항 및 마찰은 무시하고, 중력 가속도는 g 이다.



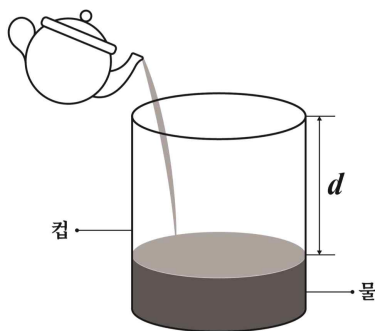
[그림 1]

(1) 물체를 떠받치는 손을 용수철의 원래 길이를 유지하면서 가만히 치우면, 물체는 연직 아래방향으로 운동하며 용수철의 길이는 늘어난다. 용수철의 원래 길이를 기준으로 늘어난 길이의 최댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (5점)

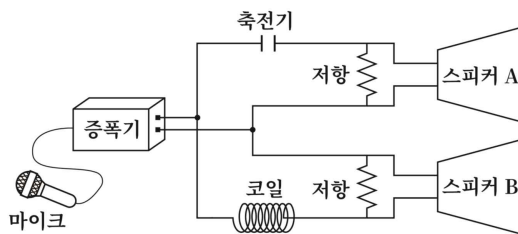
(2) 물체의 속력이 최댓값을 가지는 순간 용수철의 퍼텐셜 에너지와 물체의 운동 에너지가 같음을 보이고, 그 근거를 논술하시오. (5점)

[논제 II-3] 제시문 [바], [사], [아]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

[그림 2]와 같이 주전자의 물을 컵에 천천히 따르고 있다. 이때 컵의 내부 중 물이 채워지지 않은 부분에서 소리의 정상파가 만들어지고, 이로 인해 물을 따를 때 발생하는 소리의 진동수가 바뀐다.



[그림 2]



[그림 3]

(1) 물을 따르는 소리를 증폭하기 위해 [그림 3]과 같이 코일, 축전기, 저항, 스피커가 연결된 증폭기에 마이크를 연결한 뒤, 컵 주위에 두었다. 두 개의 스피커 A와 B 중에서 물의 높이가 증가함에 따라 첫 번째 공명이 만드는 소리가 점차 크게 들리는 스피커를 고르고, 그 근거를 논술하시오. (단, 마이크로 들어간 소리는 증폭기에서 교류 전압으로 바뀌며, 교류 전압의 주파수는 소리의 진동수와 같다. 교류 전압과 소리의 속력은 소리의 진동수에 관계없이 일정하다.) (5점)

(2) 물의 표면과 컵의 윗면 사이의 거리를 d 라고 하자. 물이 채워지면서 d 가 점차 줄어들면, 어느 순간부터 사람의 귀는 물을 따르는 소리를 들을 수 없다. 사람의 귀가 들을 수 있는

소리의 진동수는 20 Hz부터 20 kHz 까지이고, 공기에서 소리의 속력은 340 m/s 이다. 사람의 귀가 물을 따르는 소리를 듣기 위한 d 의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (5점)

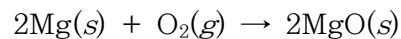
(3) $d = 0.025 \text{ m}$ 일 때, 사람의 귀가 들을 수 있는 소리의 진동수 범위 내에서 만들어지는 모든 정상파의 고유 진동수를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (5점)

(4) (3)번 문제에서 구한 고유 진동수 중에서 가장 높은 고유 진동수의 소리가 컵 내부에 만드는 정상파의 형태를 그리고, 그 근거를 논술하시오. (5점)

문제 II <화학>

II. 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (40점)

[가] 자연에 풍부하게 존재하고 반응성이 큰 산소는 여러 가지 다른 물질과 반응한다. 예를 들어 금속 마그네슘을 산소와 함께 가열하면 아래와 같이 흰색 고체인 산화 마그네슘이 생성된다.



일반적으로 어떤 물질이 산소와 결합하는 것을 산화 반응이라고 하고, 산소를 잃는 반응을 환원 반응이라고 한다. 산화-환원 반응이 반드시 산소에 의해서만 일어나는 것은 아니다. 산화-환원 반응은 전자의 이동으로도 설명할 수 있는데, 어떤 물질이 전자를 잃는 반응을 산화 반응, 전자를 얻는 반응을 환원 반응이라고 한다. 공유 결합 화합물은 전자를 주고받는 관계가 뚜렷하지 않아 전자의 이동으로 산화-환원 반응을 설명하기 어렵다. 공유 결합 화합물의 경우, 같은 원자 사이의 공유 결합은 공유된 전자를 두 원자가 똑같이 가진다고 가정한다. 하지만 두 원자가 서로 다를 경우에는 전기 음성도가 더 큰 원자로 공유 전자쌍의 전자가 완전히 이동한다고 가정한다. 이때 각 원자가 갖게 되는 전하를 산화수라고 한다.

[나] 원자량이나 분자량을 이용하면 물질의 질량으로부터 입자의 수를 알 수 있다. 그러나 기체의 경우에는 질량보다 부피를 측정하는 경우가 훨씬 많아서 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 기체의 입자 수를 알 수 있다. 기체의 종류에 관계없이 0°C, 1기압에서 기체 1몰이 차지하는 부피는 22.4 L로 일정하다.

[다] 1923년 브뢴스테드와 로우리는 산-염기를 다음과 같이 정의하였다. 다른 분자(또는 이온)에게 양성자를 내주는 분자(또는 이온)는 산, 다른 분자(또는 이온)로부터 양성자를 받는 분자(또는 이온)는 염기로 정의한다. 이는 산은 수용액에서 수소 이온을 내놓고 염기는 수용액에서 수산화 이온을 내놓는다고 설명한 아레니우스의 정의를 확장한 것으로, 수용액뿐만 아니라 다른 용매에서 이루어지는 산-염기 반응 역시 설명할 수 있다.

[라] 아미노산은 중심 탄소에 아미노기($-\text{NH}_2$), 카복시기($-\text{COOH}$), 수소($-\text{H}$), 그리고 곁사슬이 단일 결합으로 결합한 구조를 갖는다. 곁사슬에 따라 아미노산의 종류가 결정되며, 이로 인해

아미노산의 화학적 성질 또한 결정된다. 수용액에서 아미노산의 카복시기는 산으로 작용할 수 있고, 아미노기는 염기로 작용할 수 있다.

[문제 II-1] 제시문 [가]와 [나]를 참고하여 다음 질문에 답하시오.

[실험 자료]

- 임의의 금속인 A와 B는 산화되어 +1 또는 +2의 산화수를 가질 수 있다. A의 원자량은 75보다 작고, B의 원자량은 35보다 크다. 또한, H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이다.
- 공기 중 산소가 차지하는 비율은 부피 기준 20%이다.
- 금속 원소의 원자량은 다음과 같다.

K(39), Ca(40), Na(23), Mg(24), Al(27), Zn(65), Fe(56), Ni(59),
Sn(119), Pb(207), Cu(64), Hg(201), Ag(108), Pt(195), Au(197)

[실험 과정 및 결과]

(가) A와 B가 각각 560 mL의 공기가 담긴 서로 다른 용기에 들어 있다. A와 B의 질량의 합은 1.35 g이고, 용기 속에 A와 B 이외의 고체는 존재하지 않는다. 용기는 항상 1기압을 유지할 수 있도록 부피가 변하고 용기 속 고체의 부피는 무시한다.

(나) A와 B가 들어 있는 각각의 용기를 금속의 산화 반응이 더 이상 진행되지 않을 때까지 가열하였더니 A와 B가 들어 있는 용기의 부피는 0°C, 1기압에서 각각 56 mL와 112 mL 감소하였다.

(다) (나)의 과정이 완료된 후 B가 들어 있는 용기 속 고체의 질량은 1.12 g이었고, 이 물질을 질산 은(AgNO₃) 수용액에 넣어 B를 모두 반응시켰더니 1.08 g의 은(Ag)이 석출되었다.

(1) A와 B가 어떤 금속 원소인지 제시하고, 각각의 원자량에 대해 논술하시오. 또한 각 금속이 산소와 반응하여 산화될 때의 화학 반응식을 제시하시오. (12점)

(2) B와 산소의 반응에서 얻어지는 산화물은 일산화 탄소에 의해 B로 환원될 수 있다. 이 반응의 산화-환원 반응식과 각 원자의 산화수를 제시하고, 산화제와 환원제를 구분하여 논술하시오. (4점)

(3) B를 질산 금(Au(NO₃)₃) 수용액에 넣어 반응이 일어났을 때, 이 반응의 산화-환원 반응식과 각 원자의 산화수를 제시하고, 산화제와 환원제를 구분하여 논술하시오. 또한 1.97 g의 금이 석출되었을 때 수용액에 녹아 있는 B 이온의 질량에 대해 논술하시오. (8점)

[문제 II-2] 제시문 [다]와 [라]를 참고하여 다음 질문에 답하시오.

(1) 아미노산이 산과 염기로 모두 작용할 수 있는 이유를 아미노산의 구조식과 브뢴스테드-로우리의 산-염기 정의를 활용하여 논술하시오. (6점)

(2) 아래 정보를 활용하여 아미노산 ㉠의 화학 구조에 대해 논술하시오. (5점)

- ㉠의 분자량은 75보다 크고 90보다 작다.
- ㉠은 H, C, N, O로 이루어져 있다. 이들의 원자량은 각각 1, 12, 14, 16이다.
- ㉠은 전하를 띠지 않는다.

(3) 아래 용액(I, II, III)에서 [문제 II-2] (2)의 ㉠이 갖는 구조에 대해 각각 논술향시오. (5점)

- ㉠을 NaOH 수용액에 완전히 녹여 염기성 용액(I)을 만든다.
- (I)에 HCl 수용액을 첨가하여 중성 용액(II)을 만든다.
- (II)에 HCl 수용액을 더 첨가하여 산성 용액(III)을 만든다.

문제 II <생명과과학>

II. 다음 제시문을 읽고 문제에 답하십시오. (40점)

[가] DNA의 염기 서열에 변화가 생기면 유전자 돌연변이라고 한다. 이때 표현형에 변화가 나타나기도 하고 그렇지 않을 수도 있다. 염색체의 돌연변이는 일부가 떨어져 나가는 결실, 일부가 동일한 염색체 내에서 한 번 더 반복되어 존재하는 중복, 일부가 잘려 같은 자리에 거꾸로 결합하는 역위, 떨어져 나온 부위가 상동 염색체가 아닌 다른 염색체 부위에 붙는 전좌 등이 있다. 이런 돌연변이는 해당 유전자의 발현에 영향을 미칠 수 있다.

[나] 사람은 상염색체 22쌍과 XX 또는 XY의 성염색체 1쌍을 가진다. 성염색체에는 성 결정과 관련된 유전자뿐만 아니라 다른 형질을 결정하는 유전자도 있다. 형질을 결정하는 유전자가 X 염색체에 있어 유전자가 발현되는 빈도가 성에 따라서 달라지는 유전 현상을 반성 유전이라고 한다. 적색과 녹색을 잘 구분하지 못하는 적록 색맹이 여기에 해당한다.

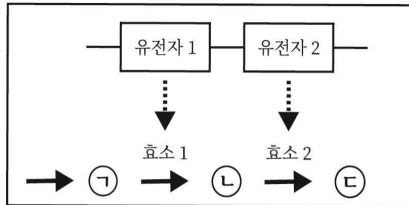
[다] 이자에서 분비되는 인슐린은 근육에 작용하여 포도당의 흡수와 소비를 촉진하고, 간에 작용하여 포도당을 글리코젠으로 합성하여 저장하게 함으로써 혈당량을 감소시킨다. 제1형 당뇨병은 인슐린 분비 세포의 이상으로 인슐린을 제대로 생산, 분비하지 못하는 인슐린의 절대적 결핍 상태이며, 제2형 당뇨병은 근육 세포나 간세포가 인슐린에 제대로 반응하지 않는 인슐린의 상대적 결핍 상태이다. 두 가지 유형의 당뇨병에서 글루카곤에 의한 조절은 정상이다.

[라] 생태계는 생산자, 소비자, 분해자로 구분되는 생물적 요인과 빛, 온도, 물, 토양, 공기 등을 포함하는 비생물적 요인으로 구성된다. 비생물적 요인은 생물의 생장과 생존에 필요한 물질과 생활 장소 등을 제공한다.

[마] 일정한 지역에 존재하는 생물의 다양한 정도를 생물 다양성이라고 한다. 여기에는 유전자 다양성, 종 다양성, 생태계 다양성이 포함된다. 유전자 다양성은 어떤 생물종의 개체군이 가지고 있는 대립 유전자의 다양한 변이를 의미하며, 종 다양성은 일정한 지역에 얼마나 많은 종이 균등하게 분포하여 살고 있는가를 의미한다. 생태계 다양성은 어느 지역에 존재하고 있는 생태계의 다양함을 의미한다.

[문제 II-1] 제시문 [가]를 참고하여 다음 문제에 답하시오.

<그림 1>은 어떤 세균에서 유전자 1과 유전자 2로부터 각각 발현되는 효소 1과 효소 2가 촉매하는 연속적인 반응에서 각 반응 단계의 생성물 ㉠, ㉡, ㉢이 만들어지는 과정을 나타낸 것이다. <표 1>은 야생형과 유전자 1 또는 유전자 2에서 돌연변이가 일어난 세균 A, B, C의 표현형과 유전자의 염기 수 및 효소 활성을 상댓값으로 나타낸 것이다. 세균 A, B, C의 표현형, 염기 수, 효소 활성이 다르게 나타난 이유를 논술하시오. (12점)



<그림 1>

세균	표현형	유전자 1 염기 수	효소 1 활성	유전자 2 염기 수	효소 2 활성
야생형	붉은색	300	100	500	100
A	붉은색	300	100	500	50
B	흰색	700	0	500	100
C	붉은색	300	100	500	100

<표 1>

[문제 II-2] 제시문 [나]를 참고하여 다음 문제에 답하시오.

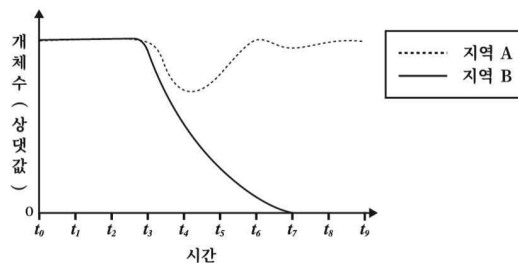
어떤 가족의 아버지와 아들은 적록 색맹이고, 어머니, 할아버지, 할머니, 외할아버지, 외할머니는 모두 정상이다. 이 가족 구성원의 적록 색맹에 대한 유전자형을 모두 결정하고 이에 대해 논술하시오. (단, 적록 색맹에 대하여 정상 대립 유전자를 X, 적록 색맹 대립 유전자를 X'이라 하며, 돌연변이는 고려하지 않는다.) (8점)

[문제 II-3] 제시문 [다]를 참고하여 다음 문제에 답하시오.

당뇨병은 인슐린의 절대적 결핍 또는 상대적 결핍으로 인해 우리 몸의 항상성이 무너져서 생기는 질병이다. 아무런 치료를 하지 않은 당뇨병 환자의 간세포에서 예상되는 포도당 대사를 혈당량 조절의 관점에서 논술하시오. (10점)

[문제 II-4] 제시문 [라]와 [마]를 참고하여 다음 문제에 답하시오.

<그림 2>는 서식지 조건이 동일한 두 지역 A, B에서 동일한 비생물적 요인 변화를 주었을 때, 시간에 따른 종 X의 개체수를 나타낸 것이다. 지역 A, B에서 X 개체군에 나타난 변화를 비교하고, 이러한 차이가 나타난 이유를 생물 다양성 관점에서 논술하시오. (단, 주어진 비생물적 요인 외에는 고려하지 않는다.) (10점)



<그림 2>

2. 2020학년도 수시모집 논술고사 예시답안

문제 I <수학>

[문제 I-1]

점 P는 함수 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ ($0 < x < 1$)의 그래프 위의 점이고, $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ 이다. 접선 l 은 기울기가 $f'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$, 점 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 을 지나는 직선 $y = -\sqrt{3}x + 2$ 이다. 따라서 점 D의 좌표는 $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$ 이다.

$\triangle CPD$, $\triangle CQD$, $\triangle OPD$ 를 생각하자. $\triangle CPD$ 와 $\triangle CQD$ 는 합동인 직각삼각형이므로 선분 CD는 $\angle PDO$ 의 이등분선 위에 있다. 직선 l 의 기울기가 $-\sqrt{3}$ 이므로, $\triangle OPD$ 에서 $\angle PDO = \frac{\pi}{3}$ 이고 따라서 $\angle CDQ = \frac{\pi}{6}$ 이다. 그러므로 두 점 C와 D를 지나는 직선은 기울기가 $-\tan\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 점 $D\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right)$ 을 지나는 직선 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2}{3}$ 이다.

[문제 I-2]

(1) 점 P는 함수 $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ ($0 < x < r$)의 그래프 위의 점이고, $f'(x) = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$ 이므로 점 $P(a, \sqrt{r^2 - a^2})$ ($0 < a < r$)에서 원 S_1 에 접하는 접선 l 의 기울기는 $f'(a) = -\frac{a}{\sqrt{r^2 - a^2}}$ 이다.

따라서 원 S_2 의 중심 C는 점 P에서 l 에 수직인 직선 $y = \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{a}x$ 위에 있으며, $\overline{CP} = \overline{CQ}$ 인 점이다. 점 C의 좌표를 $\left(x, \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{a}x\right)$ ($0 < x < a$)라 하면,

$$\overline{CP}^2 = (x-a)^2 + \left(\frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{a}x - \sqrt{r^2 - a^2}\right)^2, \quad \overline{CQ}^2 = \frac{r^2 - a^2}{a^2}x^2$$

이다. $\overline{CP}^2 = \overline{CQ}^2$ 이므로 $x^2 - \frac{2r^2}{a}x + r^2 = 0$ 이고, $x = \frac{r^2 + r\sqrt{r^2 - a^2}}{a}$ 또는 $x = \frac{r^2 - r\sqrt{r^2 - a^2}}{a}$

이다. $0 < x < a$ 이므로 $x = \frac{r^2 - r\sqrt{r^2 - a^2}}{a}$ 이다.

따라서 $g(a) = \frac{r^2 - r\sqrt{r^2 - a^2}}{a}$, $h(a) = \left(\frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{a}\right)\left(\frac{r^2 - r\sqrt{r^2 - a^2}}{a}\right)$ 이다.

(2) 극한값을 구하면

$$\lim_{a \rightarrow 0^+} g(a) = \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{r^2 - r\sqrt{r^2 - a^2}}{a} = \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{r}{a}(r - \sqrt{r^2 - a^2}) = \lim_{a \rightarrow 0^+} \frac{r}{a} \frac{a^2}{(r + \sqrt{r^2 - a^2})} = 0$$

$$\lim_{a \rightarrow 0+} h(a) = \lim_{a \rightarrow 0+} \frac{r\sqrt{r^2-a^2}(r-\sqrt{r^2-a^2})}{a^2} = \lim_{a \rightarrow 0+} \frac{r\sqrt{r^2-a^2}}{a^2} \left(\frac{a^2}{r+\sqrt{r^2-a^2}} \right) = \lim_{a \rightarrow 0+} \frac{r\sqrt{r^2-a^2}}{r+\sqrt{r^2-a^2}} = \frac{r}{2}$$

$$\lim_{a \rightarrow r-} g(a) = \lim_{a \rightarrow r-} \frac{r^2 - r\sqrt{r^2-a^2}}{a} = r$$

$$\lim_{a \rightarrow r-} h(a) = \lim_{a \rightarrow r-} \frac{r\sqrt{r^2-a^2}(r-\sqrt{r^2-a^2})}{a^2} = 0$$

[문제 I-3]

[문제 I-2](1)에 의해, 점 C의 좌표를 (x, y) 라 하면 $0 < a < r$ 인 경우, $x = \frac{r^2 - r\sqrt{r^2-a^2}}{a}$

이고, 이때 x 의 범위는 $0 < x < r$ 이다. 여기서 $x^2 - \frac{2r^2}{a}x + r^2 = 0$ 이므로,

$$a = \frac{2r^2x}{r^2+x^2} \quad (0 < x < r) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이다. 마찬가지로, [문제 I-2](1)에 의해,

$$y = \left(\frac{\sqrt{r^2-a^2}}{a} \right) \left(\frac{r^2 - r\sqrt{r^2-a^2}}{a} \right) = \frac{\sqrt{r^2-a^2}}{a} x \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이므로 ①, ②에 의해 점 C의 좌표 (x, y) 는 $0 < x < r$ 에서 식 $y = \frac{r^2-x^2}{2r}$ 을 만족한다.

따라서 영역 A의 넓이는 $\alpha(r) = \int_0^r \frac{r^2-x^2}{2r} dx = \frac{r^2}{3}$ 이다.

영역 A의 내부에서 두변이 각각 x 축과 y 축에 평행한 직사각형의 넓이가 최대가 되는 경우, 직사각형의 두변은 각각 x 축과 y 축 위에 있고, 한 꼭짓점은 점 C가 그리는 곡선 위에 있다. 점 C의 좌표가 $\left(x, \frac{r^2-x^2}{2r}\right)$ ($0 < x < r$)일 때 직사각형의 넓이를 $f(x)$ 라 하면, $f(x) = x \times \frac{r^2-x^2}{2r}$

이고 $f'(x) = \frac{r}{2} - \frac{3x^2}{2r}$ 이다. $f'(x) = 0$ 인 $x = \pm \frac{r}{\sqrt{3}}$ 에서 $0 < x < r$ 인 것은 $x = \frac{r}{\sqrt{3}}$ 이다.

$0 < x < \frac{r}{\sqrt{3}}$ 에서 $f'(x) > 0$ 이고, $\frac{r}{\sqrt{3}} < x < r$ 에서 $f'(x) < 0$ 이므로 제1문[마]에 의해 $f(x)$ 는

$x = \frac{\sqrt{3}r}{3}$ 에서 최댓값 $\frac{\sqrt{3}r^2}{9}$ 을 가진다. 따라서 $\beta(r) = \frac{\sqrt{3}r^2}{9}$ 이다.

[문제 I-4]

(1) $0 < x < r$ 인 x 에 대하여 $C\left(x, \frac{r^2-x^2}{2r}\right)$, $P(a, \sqrt{r^2-a^2})$, $Q(x, 0)$ 이고, [문제 I-3]의 식 ①

로부터 $P\left(\frac{2r^2x}{r^2+x^2}, \frac{r(r^2-x^2)}{r^2+x^2}\right)$ 이다.

$$(\triangle CPQ \text{의 넓이}) = (\triangle OPQ \text{의 넓이}) - (\triangle OCQ \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times x \times \frac{r(r^2-x^2)}{r^2+x^2} - \frac{1}{2} \times x \times \frac{r^2-x^2}{2r},$$

따라서 $\triangle CPQ$ 의 넓이는 $\frac{x(r^2-x^2)^2}{4r(r^2+x^2)}$ 이다. $\overline{OC} = \sqrt{x^2 + \left(\frac{r^2-x^2}{2r}\right)^2} = \frac{r^2+x^2}{2r}$ 이므로,

삼각기둥의 부피는 $\frac{x(r^2-x^2)^2}{4r(r^2+x^2)} \times \frac{r^2+x^2}{2r} = \frac{x(r^2-x^2)^2}{8r^2}$ 이다.

삼각기둥의 부피를 $f(x)$ 라 하면 $f'(x) = \frac{(\sqrt{5}x+r)(\sqrt{5}x-r)(x+r)(x-r)}{8r^2}$ 이고, $0 < x < r$ 에서

$f'(x)=0$ 을 만족하는 x 는 $\frac{r}{\sqrt{5}}$ 이다. $0 < x < \frac{r}{\sqrt{5}}$ 에서 $f'(x) > 0$ 이고, $\frac{r}{\sqrt{5}} < x < r$ 에서 $f'(x) < 0$

이므로, 제시문[마]에 의해 $f(x) = \frac{x(r^2-x^2)^2}{8r^2}$ 는 $x = \frac{r}{\sqrt{5}}$ 일 때 최대이고, 부피의 최댓값은

$f\left(\frac{r}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2\sqrt{5}r^3}{125}$ 이다.

(2) [문제 I-4](1)에 의해, $S(x) = \frac{x(r^2-x^2)^2}{4r(r^2+x^2)}$ 이므로, 제시문[라]에 의해 입체도형의 부피는

$V(r) = \int_{\frac{1}{\sqrt{r}}}^{\sqrt{\frac{2}{r}}} \frac{x(r^2-x^2)^2}{4r(r^2+x^2)} dx$ 이다. $r^2+x^2=u$ 로 놓으면 $\frac{du}{dx} = 2x$ 이고 $r^2 + \frac{1}{r} \leq u \leq r^2 + \frac{2}{r}$ 이므로

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_{\frac{1}{\sqrt{r}}}^{\sqrt{\frac{2}{r}}} \frac{x(r^2-x^2)^2}{4r(r^2+x^2)} dx = \int_{r^2+\frac{1}{r}}^{r^2+\frac{2}{r}} \frac{(2r^2-u)^2}{8ru} du = \left[\frac{r^3}{2} \ln u - \frac{r}{2}u + \frac{u^2}{16r} \right]_{r^2+\frac{1}{r}}^{r^2+\frac{2}{r}} \\ &= \frac{r^3}{2} \ln \left(1 + \frac{1}{r^3+1} \right) + \frac{3}{16r^3} - \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$t = r^3 + 1$ 로 놓으면,

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} V(r) &= \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ \frac{r^3}{2(r^3+1)} \ln \left(1 + \frac{1}{r^3+1} \right)^{r^3+1} + \frac{3}{16r^3} - \frac{3}{8} \right\} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left\{ \frac{t-1}{2t} \ln \left(1 + \frac{1}{t} \right)^t + \frac{3}{16(t-1)} - \frac{3}{8} \right\} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

문제 II <물리>

[문제 II-1]

빙산이 바닷물에 정지한 채 떠 있으므로 빙산에 작용하는 두 힘인 중력과 부력이 서로 평형이다. 빙산의 전체 부피를 V , 바닷물 위로 드러난 빙산의 부피를 V_0 , 중력 가속도를 g , 빙산의 밀도를 ρ_i , 바닷물의 밀도를 ρ_s 라고 할 때, 다음과 같은 등식이 성립한다.

$$V\rho_i g = (V - V_0)\rho_s g$$

따라서 빙산의 전체 부피에 대한 바닷물 위로 드러난 부피의 비율 $\frac{V_0}{V}$ 는 다음과 같다.

$$\frac{V_0}{V} = 1 - \frac{\rho_i}{\rho_s} \simeq 0.11$$

[문제 II-2]

(1) 역학적 에너지 보존 법칙에 의해 용수철의 퍼텐셜 에너지와 물체의 운동 에너지의 합은 중력의 퍼텐셜 에너지 감소와 같다. 물체의 속력이 0일 때 용수철의 길이가 최댓값을 가지므로, 중력의 퍼텐셜 에너지가 감소하는 만큼 용수철의 퍼텐셜 에너지가 증가한다. 따라서 용수철의 최대 길이 x 는 다음 등식에 의해 주어진다.

$$mgx = \frac{1}{2}kx^2 \quad \therefore x = \frac{2mg}{k}$$

(2) 문제의 상황에서 용수철의 탄성력과 물체에 가해지는 중력이 평형일 때, 물체의 속력은 최대가 된다. 탄성력과 중력인 두 힘이 평형일 때의 용수철의 길이를 x_0 라고 하면 다음의 등식이 성립한다.

$$kx_0 = mg$$

이때 중력의 퍼텐셜 에너지가 감소하는 정도를 U_g , 용수철의 퍼텐셜 에너지가 증가하는 정도를 U_s 라고 하면, 다음의 등식이 성립한다.

$$U_g = mgx_0 \quad U_s = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{mg}{x_0}\right)x_0^2 = \frac{1}{2}U_g$$

중력의 퍼텐셜 에너지 중 절반이 용수철의 퍼텐셜 에너지로 전환되었으므로, 역학적 에너지 보존 법칙에 의해 용수철의 퍼텐셜 에너지와 물체의 운동 에너지는 같게 된다.

[문제 II-3]

(1) 컵에 물을 따를 때, 컵 내부에 물이 채워지지 않은 빈 부분은 한 쪽 끝이 닫히고, 다른 쪽 끝이 열려 있는 관과 같다. 따라서 물의 표면과 컵의 윗면 사이의 거리를 d 라고 하면, d 가 $\frac{1}{4}\lambda$ 와 같을 때 컵 내부에 첫 번째 공명(1배음 정상파)이 만들어진다. 즉, 물의 높이가 증가하면 d 가 감소하므로, 소리의 속력이 일정하다면, 파장은 짧아지고 진동수는 높아진다.

한편, 스피커에 직렬 연결된 축전기와 코일은 고주파 전류와 저주파 전류를 각각 잘 통과시키므로, 스피커 A가 고음용, 스피커 B가 저음용 장치이다. 따라서 물의 높이가 증가함에 따라 소리가 점차 커지는 스피커는 A이다.

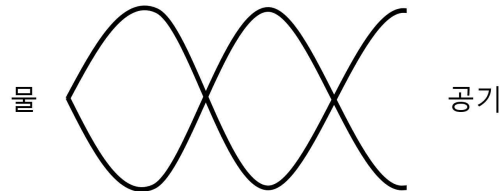
(2) $\frac{1}{4}\lambda$ 의 홀수배가 d 와 같을 때 컵 내부에 정상파가 만들어진다. 따라서 d 가 최솟값을 가질 때 진동수가 20000Hz인 소리가 1배음 정상파를 만든다. 한편, 소리의 속력은 파장과 진동수의 곱이므로, 소리의 진동수가 20000Hz일 때 파장은 0.017m이다. 따라서 사람의 귀가 물을 따르는 소리를 듣기 위한 d 의 최솟값은 0.00425m이다.

(3) $\frac{1}{4}\lambda$ 의 홀수배가 d 와 같을 때 컵 내부에 정상파가 만들어지고, 소리의 속력은 파장과 진동수의 곱이므로, $d=0.025$ m일 때, 정상파의 고유 진동수 f 는 3400Hz의 홀수배와 같다.

따라서 사람의 귀가 들을 수 있는 소리의 진동수 범위 내에 배수에 따라 다음과 같이 세 개의 고유 진동수를 가진 정상파가 만들어진다.

$$f_1 = 3400\text{Hz}, f_2 = 10200\text{Hz}, f_3 = 17000\text{Hz}$$

(4) (3)번 문제에서 가장 높은 고유 진동수는 3배음 정상파의 고유 진동수인 17000Hz이다. 한 쪽 끝이 닫히고, 다른 쪽 끝이 열려 있는 관 내부에 발생하는 3배음 정상파의 파장은 $\frac{5}{4}\lambda$ 이다. 따라서 파동의 형태는 다음과 같이 그려진다.



문제 II <화학>

[문제 II-1]

(1) (12점)

B가 들어 있는 용기의 부피가 112 mL 줄었으므로 제시문 [나]에 따라 0.005몰, 즉 0.16 g의 O_2 가 반응하였다. 반응 후 질량은 1.12 g이므로, 반응 전 B의 질량은 $1.12\text{ g} - 0.16\text{ g} = 0.96\text{ g}$ 이다.

A와 B의 질량의 합은 1.35 g이기 때문에, 초기 A의 질량은 $1.35\text{ g} - 0.96\text{ g} = 0.39\text{ g}$ 이다. A가 들어 있는 용기의 부피가 56 mL 줄었으므로 제시문 [나]에 따라 0.0025몰의 O_2 가 반응하였다.

A가 산화되어 +1의 산화수를 갖는 금속인 경우 산소 원자 1몰당 2몰의 A가 결합하기 때문에 0.39 g의 A는 0.01몰이다. 이때 A의 원자량은 39가 된다.

A가 산화되어 +2의 산화수를 갖는 금속인 경우 산소 원자 1몰당 1몰의 A가 결합하기 때문에 0.39 g의 A는 0.005몰이다. 이때 A의 원자량은 78이 된다. [실험 자료]의 조건을 고려하면 A는 +1의 산화수와 39의 원자량을 갖는 K이다.

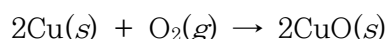
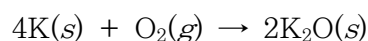
[실험 과정 및 결과] (다)에서 1.08 g, 즉 0.01몰의 Ag이 석출되었기 때문에 [실험 과정 및 결과] (나)에서 산화되지 않은 B는 0.01몰이다.

B가 산화되어 +1의 산화수를 갖는 금속인 경우, [실험 과정 및 결과] (나)에서 산화된 B와 남은 B는 각각 0.02몰과 0.01몰이므로 B의 초기 몰수는 0.03몰이다. B의 초기 질량이 0.96 g이므로 B의 원자량은 32이다.

B가 산화되어 +2의 산화수를 갖는 금속인 경우 같은 방법으로 구한 B의 원자량은 64이다.

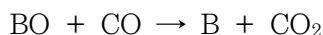
[실험 자료]의 조건을 고려하면 B는 +2의 산화수를 갖는 원자량 64의 Cu이다.

K과 Cu가 산소와 반응할 때 산화-환원 반응식은 각각 다음과 같다.



(2) (4점)

B는 산화되어 +2의 산화수를 갖는 금속이고 B의 산화물(BO)은 다음과 같이 일산화 탄소와 반응한다.



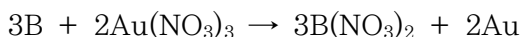
반응물을 구성하는 원자의 산화수는 다음과 같다: B(+2), O(-2), C(+2).

생성물을 구성하는 원자의 산화수는 다음과 같다: B(0), C(+4), O(-2).

산화제는 BO, 환원제는 일산화 탄소이다.

(3) (8점)

B는 산화되어 +2의 산화수를 갖는 금속이고 B는 다음과 같이 $\text{Au}(\text{NO}_3)_3$ 과 반응한다.



반응물을 구성하는 원자의 산화수는 다음과 같다: B(0), Au(+3), N(+5), O(-2)

생성물을 구성하는 원자의 산화수는 다음과 같다: B(+2), N(+5), O(-2), Au(0)

산화제는 $\text{Au}(\text{NO}_3)_3$, 환원제는 B이다.

1.97 g의 금은 0.01몰에 해당한다. 1몰의 금이 생성될 때마다 1.5몰의 B가 이온화되어 용액에 녹기 때문에, 생성된 B는 0.015몰이다. B의 원자량이 64이므로 수용액에 녹아 있는 B 이온의 질량은 0.96 g이다.

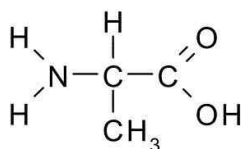
[문제 II-2]

(1) (6점)

제시문 (다)에 나타난 브뢴스테드-로우리의 산-염기 정의에 따르면 양성자(H^+)를 다른 분자에게 제공할 수 있는 물질은 산으로, 다른 분자로부터 양성자를 받을 수 있는 물질은 염기로 분류될 수 있다. 제시문 (라)에 의하면 아미노산은 아미노기, 카복시기, 수소, 곁사슬로 구성되어 있다. 아미노산이 가진 카복시기($-\text{COOH}$)의 경우 양성자를 잃고 $-\text{COO}^-$ 이 될 수 있으며, 아미노기($-\text{NH}_2$)의 경우 양성자를 받아 $-\text{NH}_3^+$ 이 될 수 있어 각각 산, 염기로 작용할 수 있다. 따라서 아미노산은 하나의 분자가 상황에 따라 산-염기로 모두 작용할 수 있다.

(2) (5점)

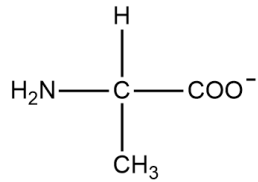
아미노산에서 곁사슬을 제외한 나머지 카복시기, 아미노기, 수소, 탄소의 원자량을 모두 더하면 74이다. 분자량이 75보다 크다고 했으므로 곁사슬은 H가 될 수 없다. C, H, O, N를 포함하고 전하를 띠지 않으면서 곁사슬이 될 수 있는 것 중 H 다음으로 가벼운 것은 $-\text{CH}_3$, 그 다음은 $-\text{NH}_2$ 이다. $-\text{NH}_2$ 가 곁사슬이 될 경우, ㉠의 분자량이 90이 되어 조건을 충족시킬 수 없다. 따라서 ㉠은 $-\text{CH}_3$ 를 곁사슬로 가진 아미노산이고, 화학 구조는 아래와 같다.



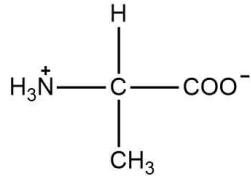
(3) (5점)

아미노산 ㉠을 NaOH 수용액에 녹이면 양성자를 제공할 수 있는 카복시기($-\text{COOH}$)가 양성자를

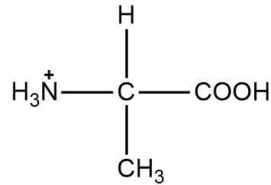
내주고 -COO^- 의 형태로 변한다. 이 경우 ㉠의 구조는 아래와 같다.



이 용액에 HCl 수용액을 점차 추가하여 중성 조건이 되면 아미노산 ㉠의 아미노기(-NH_2)가 양성자를 받아 들여 -NH_3^+ 의 형태가 되고, 이 경우 ㉠의 구조는 아래와 같다.



또 HCl 수용액이 더욱 추가되어 산성 조건이 되면 -COO^- 이 다시 양성자를 받아 들여 -COOH 로 돌아가고, 이 경우 ㉠의 구조는 아래와 같다.



문제 II <생명과과학>

[문제 II-1]

세균 A는 유전자 2의 염기 수가 야생형과 같지만 효소 2의 활성은 야생형의 1/2 이므로, 유전자 2의 염기가 바뀌는 돌연변이가 일어나 아미노산이 교체되어 효소 활성이 감소되었음을 알 수 있다. 세균 B는 유전자 1의 염기 수가 700으로 늘어났으므로, 염색체에 중복이나 전좌가 일어났음을 알 수 있다. 유전자 1의 손상으로 효소 1의 활성이 0이 되어 생성물 ㉠이 만들어지지 않을 것이다. 세균 C는 유전자 1과 2의 염기 수가 야생형과 같고, 효소 1과 2의 활성도 야생형과 동일하다. 따라서 유전자 1 또는 유전자 2의 염기가 바뀌는 돌연변이가 일어났지만 효소를 구성하는 아미노산의 교체가 일어나지 않았거나 교체가 일어났더라도 효소의 활성에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

효소 1과 2의 활성이 모두 100인 야생형과 세균 C는 표현형이 붉은색이다. 효소 1의 활성이 0인 세균 B는 표현형이 흰색이다. 효소 1의 활성은 100이고 효소 2의 활성이 50인 세균 A는 표현형이 붉은색이다. 따라서 효소 1에 의한 생성물 ㉠이 만들어지면 표현형이 붉은색이 되거나 효소 2에 의한 생성물 ㉡이 일정 수준 이상이면 표현형이 붉은색이 될 수 있음을 알 수 있다.

[문제 II-2]

아버지와 아들은 적록 색맹이므로 모두 X 을 가지고 있다. 아버지의 X 은 할머니로부터 받은 것이므로 할머니는 XX (보인자)이다. 아들의 X 은 어머니로부터 받은 것이므로 어머니는

XX (보인자)이다. 외할아버지는 정상이므로 X(또는 XY)를 가지고 있다. 따라서 어머니의 X 은 외할머니로부터 받은 것이므로 외할머니는 XX (보인자)이다. 그러므로 적록 색맹에 대한 유전자형은 할아버지 X(또는 XY), 할머니 XX , 외할아버지 X(또는 XY), 외할머니 XX , 아버지 X (또는 X Y), 어머니 XX , 아들 X (또는 X Y)이다.

[문제 II-3]

당뇨병 환자의 간세포에서 인슐린에 의한 반응은 정상적으로 일어나지 않고 글루카곤에 의한 반응은 정상적으로 일어난다. 따라서 당뇨병 환자의 간세포는 포도당을 글리코젠으로 제대로 합성·저장하지 못하지만, 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈액으로 방출한다. 그러므로 당뇨병을 치료하지 않는 경우, 혈당량은 더욱 증가하여 당뇨병이 악화될 수 있다. 한편, 당뇨병 환자는 인슐린 결핍으로 포도당 대사 기능이 저하되므로 세포 호흡이 활발하게 일어나지 못하여 ATP 생성량이 감소한다.

[문제 II-4]

비생물적 요인의 변화로 지역 A, B에서 종 X의 개체수는 t_3 즈음에 급격히 감소하였다. 이후에 지역 A에서는 개체수가 이전 수준으로 회복되었지만, 지역 B에서는 개체수가 계속 감소하여 멸종하였다. 이는 지역 A에서는 개체군의 유전자 다양성이 높았지만 지역 B에서는 개체군의 유전자 다양성이 낮았기 때문으로 추정된다. 유전자 다양성이 낮은 개체군은 환경 변화에 적응하지 못하고 멸종 될 수 있지만, 유전자 다양성이 높은 개체군은 환경 변화에 적응하여 개체군이 보전될 수 있다.

3. 2020학년도 수시모집 논술고사채점 기준

논제 I <수학>

[논제 I-1] (6점)

제시문[나]를 이용하여 접선 l 의 방정식과 점 D 를 구한다. <2점>

도형들 사이의 관계를 이용하여 $\angle CDQ$ 을 구하고, 직선의 방정식을 구한다. <4점>

[논제 I-2] (14점)

(1)

C 가 점 P 에서의 접선과 수직인 직선위에 있음을 이용하여 관계식을 세운다. <3점>

$\overline{CP} = \overline{CQ}$ 를 이용하여 $g(a)$ 와 $h(a)$ 를 구한다. <7점>

(2)

$g(a)$ 와 $h(a)$ 와 제시문[가]를 이용하여 극한을 구한다. <4점>

논제 [I-3] (15점)

[논제 I-2]의 결과를 이용하여 x 와 y 의 관계식을 구한다. <7점>

미분과 적분의 성질을 이용하여 $\alpha(r)$ 와 $\beta(r)$ 를 구한다. <8점>

논제 [I-4] (25점)

(1)

점 C, P, Q 의 좌표를 x 에 관한 식으로 표현하여 삼각기둥의 부피를 구한다. <6점>

미분의 성질을 이용하여 부피의 최댓값을 구한다. <4점>

(2)

제시문[다]와 [라]를 이용하여 입체도형의 부피를 r 에 관한 식으로 나타낸다. <8점>

치환을 통하여 부피의 극한을 구한다. <7점>

논제 II <물리>

[논제 II-1]

(총 10점)

<3점> 빙산에 작용하는 부력의 크기를 올바르게 표현하였다.

<3점> 부력과 중력의 평형 조건에 관한 식을 올바르게 표현하였다.

<4점> 빙산의 전체 부피에 대한 바닷물 위로 드러난 부피의 비율을 정확하게 구하였다.

[논제 II-2]

(1) (총 5점)

<2점> 용수철이 최대로 늘어났을 때 중력의 퍼텐셜 에너지가 감소하는 만큼 용수철의 퍼텐셜 에너지가 증가한다는 점을 서술하였다.

<3점> 용수철이 늘어난 길이의 최댓값을 정확하게 구하였다.

(2) (총 5점)

〈2점〉 용수철의 탄성력과 물체에 가해지는 중력이 평형일 때 물체의 속력이 최대가 된다는 점을 서술하였다.

〈3점〉 물체의 속력이 최대가 될 때 중력의 퍼텐셜 에너지 중 절반이 용수철의 퍼텐셜 에너지로 전환되므로, 역학적 에너지 보존 법칙에 의해 용수철의 퍼텐셜 에너지와 물체의 운동 에너지가 같다는 점을 서술하였다.

(이외에도 물리적으로 타당한 모든 풀이 방법을 정답으로 인정한다.)

[문제 II-3]

(1) (5점)

〈2점〉 물이 채워짐에 따라 소리의 파장은 짧아지고 진동수는 높아진다는 점을 서술하였다.

〈2점〉 축전기가 직렬 연결된 스피커에 고주파 전류가 잘 흐르므로, 스피커 A가 고음용이라는 점을 서술하였다.

〈1점〉 물의 높이가 증가함에 따라 소리가 점차 커지는 스피커가 A라는 점을 서술하였다.

(2) (5점)

〈2점〉 1배음 정상파에 대해 고유 진동수가 20000Hz 일 때, d 가 최솟값을 가진다는 점을 서술하였다.

〈3점〉 사람의 귀가 물을 따르는 소리를 듣기 위한 d 의 최솟값을 정확히 구하였다.

(3) (5점)

〈2점〉 컵 내부에 만들어지는 정상파의 고유 진동수에 관한 식을 올바르게 표현하였다.

〈3점〉 사람의 귀가 들을 수 있는 진동수 범위 내의 모든 고유 진동수를 정확히 구하였다.

(4) (5점)

〈2점〉 가장 높은 고유 진동수의 정상파가 3배음이라는 점을 서술하였다.

〈3점〉 한 쪽 끝이 닫히고, 다른 쪽 끝이 열린 관 내부에 만들어지는 3배음 정상파의 형태를 올바르게 그렸다.

문제 II <화학>

[문제 II-1]

(1) (12점)

〈8점〉 [실험 자료]와 [실험 과정 및 결과]에서 주어진 양적 관계 및 A와 B가 산화되어 가질 수 있는 산화수를 모두 고려하여 금속 A와 B의 원자량을 구하는 과정을 논리적으로 제시함.

〈2점〉 금속 A와 B의 원자량과 [실험 자료]를 이용하여 A와 B가 무엇인지 올바르게 제시함.

〈2점〉 각 금속이 산소와 반응하여 산화될 때의 화학 반응식을 올바르게 제시함.

(2) (4점)

〈1점〉 B와 일산화 탄소의 화학 반응식을 올바르게 제시함.

〈2점〉 각 원자의 산화수를 올바르게 제시함.

〈1점〉 산화제와 환원제를 올바르게 구분함.

(3) (8점)

〈3점〉 B와 질산 금의 산화-환원 반응의 화학 반응식을 올바르게 제시하고, 각 원자의 산화수를 제시함.

〈1점〉 산화제와 환원제를 올바르게 제시함.

〈4점〉 B와 질산 금의 산화-환원 반응의 화학 반응식의 양적 관계를 이용하여 수용액에 녹아 있는 B 이온의 질량에 대해 올바르게 논술함.

[논제 II-2]

(1) (6점)

〈2점〉 브뢴스테드-로우리의 정의에 따라 양성자(H^+)를 주거나 받는 물질을 각각 산, 염기로 정의한다는 내용을 언급함.

〈2점〉 아미노산이 아미노기와 카복시기를 가지고 있음을 언급함.

〈2점〉 카복시기($-COOH$)의 경우 양성자(H^+)를 잃고 $-COO^-$ 이 될 수 있으며, 아미노기($-NH_2$)의 경우 양성자를 받아 $-NH_3^{+}$ 이 될 수 있어 각각 산, 염기로 작용할 수 있음을 정확히 기술함.

(2) (5점)

〈2점〉 아미노산을 이루는 아미노기, 카복시기, 수소, 및 중심 탄소의 질량이 74, 즉 결사슬의 원자량의 합이 2에서 15 사이임을 언급.

〈3점〉 결사슬이 $-CH_3$ 임을 언급.

(3) (5점)

〈3점〉 산성, 염기성 조건에서의 ㉠의 구조

〈2점〉 중성 조건에서의 ㉠의 구조

논제 II <생명과학>

[논제 II-1]

(12점)

〈3점〉 세균 A는 염기가 바뀌어 아미노산이 교체되므로 효소 활성이 감소되었을 것임을 논리적으로 기술

〈3점〉 세균 B는 유전자 1에서 중복 또는 전좌로 생성물 ㉡이 만들어지지 않음을 논리적으로 기술

〈3점〉 세균 C는 효소를 구성하는 아미노산의 교체가 일어나지 않았거나 교체가 일어났더라도 효소의 활성에 영향을 미치지 않았음을 논리적으로 기술.

〈3점〉 효소 1에 의한 생성물 ㉠이 만들어지면 표현형이 붉은색이 되거나 효소 2에 의한 생성물 ㉡이 일정 수준 이상이면 표현형이 붉은색이 될 수 있음을 논리적으로 기술

[문제 II-2]

(8점)

〈2점〉 아버지가 X'를 가져 할머니는 XX'(보인자)임을 기술

〈2점〉 아들이 X'를 가져 어머니는 XX'(보인자)임을 기술

〈2점〉 어머니는 X'을 가져 외할머니는 XX'(보인자)임을 기술

〈2점〉 할아버지 X(또는 XY), 할머니 XX', 외할아버지 X(또는 XY), 외할머니 XX', 아버지 X'(또는 X'Y), 어머니 XX', 아들 X'(또는 X'Y)임을 모두 기술

[문제 II-3]

(10점)

〈3점〉 당뇨병 환자의 간세포는 포도당 → 글리코젠 저장을 제대로 못하며, 글리코젠 → 포도당 반응은 정상임을 논리적으로 기술

〈2점〉 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈액으로 방출함을 기술

〈3점〉 당뇨병을 치료하지 않는 경우, 혈당량은 더욱 증가하여 당뇨병은 악화됨을 기술

〈2점〉 인슐린 결핍으로 인해 포도당 대사 기능이 저하, ATP 생산과 세포 호흡 감소함을 기술

[문제 II-4]

(10점)

〈2점〉 A, B에서 종 X의 개체수는 t_3 즈음에 급격히 감소함을 기술

〈2점〉 지역 A에서 개체수가 회복, 지역 B에서 개체수가 멸종함을 논리적으로 기술

〈3점〉 지역 A에서 개체군의 유전자 다양성이 높고, 지역 B에서 개체군의 유전자 다양성이 낮기 때문임을 기술

〈3점〉 유전자 다양성이 낮은 개체군은 환경 변화에 적응하지 못하고 멸종 될 수 있지만, 유전자 다양성이 높은 개체군은 환경 변화에 적응하여 개체군이 다시 회복 될 수 있음을 논리적으로 기술

4. 2020학년도 수시모집 논술고사출제 의도

논제 I <수학>

논제 I 수학에서는 고등학교 수학 교육과정인 수열의 극한, 평면곡선과 접선의 방정식, 입체도형의 부피를 미분과 적분을 이용하여 논리적으로 사고하는 문제를 출제하였다. 주어진 도형들 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이 및 도형의 넓이와 부피를 논리적으로 기술하고, 도함수의 부호에 따른 함수의 증가 및 감소구간을 고려하여 함수의 최댓값에서의 조건사이의 관계를 수학적으로 추론하고 그 근거를 논리적으로 서술할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 단편적인 수학지식의 직접적인 적용능력 보다는 주어진 상황을 종합적으로 이해하여 문제해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

논제 II <물리>

논제 II 과학-물리에서는 고등학교 물리I에서 다루고 있는 ‘부력과 아르키메데스 법칙’, ‘퍼텐셜 에너지와 역학적 에너지 보존’, ‘소리와 공명’ 등을 바탕으로 실생활에서 경험할 수 있는 여러 상황을 문제화하고, 문제에 대한 답을 고등학교 물리I 수준의 물리 법칙을 이용하여 찾는 능력을 시험한다. 물리 법칙 또는 공식을 단순 대입하여 수치를 얻는 기존 평가 방법을 탈피하고, 제시문과 문제에서 주어진 정보를 토대로 논리적이고, 체계적으로 문제의 해결책을 탐색하는 과정을 평가한다.

논제 II <화학>

논제 II 과학-화학에서는 고등학교 화학I의 교육 과정에서 다루는 ‘화학의 언어(화학식량과 몰)’, ‘닭은꼴 화학 반응(산과 염기)’, 닭은꼴 화학 반응(산화-환원 반응)의 기본 개념을 학생들이 정확하게 이해하고 종합할 수 있는가를 파악하고자 하였다. 분자의 구조, 산-염기의 정의, 산화-환원 반응 등에 대한 이해를 바탕으로 전반적 화학 반응의 양론 및 금속의 반응성과 아미노산의 화학적 성질을 이해할 수 있는 능력을 파악하고자 하였다. 각 제시문은 고등학교 교과서를 기본으로 하여 제시하였고 교육 과정을 충실히 따르고 제시문을 정확하게 이해할 수 있는 학생들을 대상으로 출제하였다. 특히 각 영역에 대한 단편적인 지식의 습득 유무보다는 자연 계열 지원 학생의 각 영역에 대한 기본적인 개념의 이해를 바탕으로 한 통합적인 사고 및 활용 능력을 파악하고자 하였다.

논제 II <생명과학>

논제 II 과학-생명 과학에서는 고등학교 교과 과정 생명 과학 I에서 다루고 있는 생물의 특성에 대한 개념을 단편적인 지식의 유무를 평가하기 보다는 통합적으로 이해하고 있는지, 또 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 논제 II-1에서는 생명과학 I의 ‘유전’ 영역에서 유전자 이상과 염색체 이상을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 논제 II-2에서는 생명과학 I의 ‘세포와 생명의

연속성' 영역에서 기본 유전원리와 성염색체 상에 있는 유전자에 의해서 일어나는 유전현상인 반성 유전을 원리를 이해에 대한 사고력을 평가하고자 하였다. 논제 II-3에서는 생명과학 I의 '항상성과 몸의 조절' 영역에서 간에서 일어나는 혈당량 조절의 기본 개념과 당뇨병 환자에서의 변화를 추론하고 설명할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 논제 II-4에서는 생명과학 I의 '자연 속의 인간' 영역에서 다루는 생물 다양성의 특성을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다.

5. 2020학년도 수시모집 논술고사문항 해설

논제 I <수학>

논제 I-1에서는 평면곡선에 접하는 접선의 방정식과 도형들 사이의 관계를 이용하여 문제를 논리적으로 해결할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 논제 I-2에서는 평면에서 기하학적인 조건을 만족하는 원의 중심이 그리는 곡선의 좌표와 그 극한을 논리적으로 표현하는 능력을 평가하고자 하였다. 논제 I-3에서는 평면곡선과 관련된 영역의 넓이를 함수로 표현하고, 미분을 이용하여 그 최댓값을 논리적으로 구하는 능력을 평가하고자 하였다. 논제 I-4에서는 적분의 성질을 이용하여 평면곡선과 관련된 기하학적 영역의 부피를 논리적으로 표현하고, 미분을 이용하여 그 최댓값 및 극한을 구하는 능력을 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
미적분 I	류희찬 외 17명	천재교과서	2016	60	제시문[가]	X
미적분 I	류희찬 외 17명	천재교과서	2016	118	제시문[나]	X
미적분 II	김창동 외 14명	(주)교학사	2017	177	제시문[다]	X
미적분 II	우정호 외 24명	동아출판사	2016	226	제시문[라]	X
미적분 I	김원경 외 11명	비상교육	2016	107	제시문[마]	X

논제 II <물리>

논제 II 과학-물리의 논제 II-1에서는 고등학교 물리I에서 다루고 있는 부력의 개념을 이해하고, 중력과 부력의 평형 조건을 이용하여 빙산의 전체 부피 중 바닷물 위에 떠 있는 부피의 비율을 산출하는 문제를 다루었다. 실생활에서 접할 수 있는 상황에서 부력과 힘의 평형 조건을 적용하는 능력을 시험하였다.

논제 II-2에서는 고등학교 물리I에서 다루고 있는 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 용수철의 퍼텐셜 에너지, 중력의 퍼텐셜 에너지, 물체의 운동 에너지가 모두 존재하는 상황에서 특정 조건에서의 물체의 위치와 속력을 산출하는 문제를 다루었다. 문제에 주어진 각 조건에 대해 역학적 보존 법칙을 적절하게 활용하는 능력을 시험하였다.

논제 II-3에서는 고등학교 물리I에서 다루고 있는 소리의 공명과 정상파의 개념을 이용하여 컵에 물을 따를 때 소리의 진동수가 점차 증가하는 현상을 설명하는 문제를 다루었다. 나아가 컵 안에 발생하는 정상파의 고유 진동수를 산출하고, 파동의 형태를 정확히 그릴 수 있는지를 시험하였다. 또한, 스피커의 원리와 관련하여, 코일과 축전기를 이용하여 고주파 및 저주파 스피커를 구현하는 방식에 대한 이해를 평가하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 물리 I	곽성일 외 7인	천재교육	2013	281	제시문 [가]	O
고등학교 물리 I	김영민 외 7인	교학사	2013	54	제시문 [나]	O
고등학교 물리 I	김영민 외 7인	교학사	2013	54	제시문 [다]	O
고등학교 물리 I	김영민 외 7인	교학사	2013	53	제시문 [라]	O
고등학교 물리 I	곽성일 외 7인	천재교육	2013	44	제시문 [마]	O
고등학교 물리 I	곽성일 외 7인	천재교육	2013	165	제시문 [바]	O
고등학교 물리 I	곽성일 외 7인	천재교육	2013	209	제시문 [사]	O
고등학교 물리 II	곽성일 외 7인	천재교육	2013	186	제시문 [아]	O

논제 II <화학>

논제 II 과학-화학 논제에서는 화학 반응의 양적 관계 및 산화-환원 반응에 대한 이해를 바탕으로 금속의 산화-환원 반응과 탄화수소의 연소 반응에 대해 정확히 기술할 수 있는 능력을 파악하고자 하였다. 그리고 분자의 구조, 산-염기의 정의 등에 대한 이해를 바탕으로

아미노산 분자들의 화학적 성질과 산-염기로서의 역할을 이해할 수 있는 능력을 파악하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	관련자료	재구성 여부
고등학교 화학I	노태희 외	천재교육	2011	187-188	제시문 [가]	○
	박종석 외	교학사	2011	209-210, 213		
	김희준 외	상상아카데미	2011	173-174		
	류해일 외	비상교육	2011	197-201		
고등학교 화학I	김희준 외	상상아카데미	2011	35	제시문 [나]	○
	노태희 외	천재교육	2011	29		
	박종석 외	교학사	2011	25		
고등학교 화학I	박종석 외	교학사	2011	224-225	제시문 [다]	○
	노태희 외	천재교육	2011	216-217		
	류해일 외	비상교육	2011	223		
고등학교 화학I	류해일 외	비상교육	2011	226	제시문 [라]	○
	박종석 외	교학사	2011	245-246		
	노태희 외	천재교육	2011	235-236		

논제 II <생명과학>

논제 II-1은 유전자와 염색체의 구조 이상이 나타내는 돌연변이를 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 논제 II-2는 성염색체에 의한 유전을 이해하고, 적록 색맹에 의한 반성 유전 현상을 통해 유전의 원리를 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 논제 II-3은 혈당량 조절의 원리를 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 논제 II-4는 생물 다양성의 특성을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	관련자료	재구성 여부
고등학교 생명과학I	박희송외	교학사	2015	112-115	제시문[가]	○
고등학교 생명과학I	심규철외	비상교육	2015	100-101	제시문[가]	○
고등학교 생명과학I	이길재외	상상아카데미	2013	94-98	제시문[가]	○
고등학교 생명과학I	권혁빈외	교학사	2015	87-92	제시문[가]	○
고등학교 생명과학I	이준규외	천재	2013	85-89	제시문[가]	○
고등학교 생명과학I	박희송외	교학사	2013	108-109	제시문[나]	○
고등학교 생명과학I	심규철외	비상교육	2013	92-93	제시문[나]	○
고등학교 생명과학I	이길재외	상상아카데미	2015	90-91	제시문[나]	○
고등학교 생명과학I	권혁빈외	교학사	2013	84	제시문[나]	○
고등학교 생명과학I	이준규외	천재	2013	80-82	제시문[나]	○
고등학교 생명과학I	이길재외	상상아카데미	2013	125, 126, 156	제시문[다]	○
고등학교 생명과학I	박희송외	교학사	2015	168, 169	제시문[다]	○
고등학교 생명과학I	심규철외	비상교육	2015	167-169, 174	제시문[다]	○
고등학교 생명과학I	이준규외	천재	2015	116-118	제시문[다]	○
고등학교 생명과학I	권혁빈외	교학사	2014	129	제시문[다]	○
고등학교 생명과학I	심규철외	비상교육	2013	209-210	제시문[라]	○
고등학교 생명과학I	이길재외	상상아카데미	2015	193-194	제시문[라]	○
고등학교 생명과학I	박희송외	교학사	2013	200-201	제시문[라]	○
고등학교 생명과학I	권혁빈외	교학사	2013	192-193	제시문[라]	○
고등학교 생명과학I	이준규외	천재	2013	185	제시문[라]	○
고등학교 생명과학I	심규철외	비상교육	2013	255-257	제시문[마]	○
고등학교 생명과학I	이길재외	상상아카데미	2015	226, 232-234	제시문[마]	○
고등학교 생명과학I	박희송외	교학사	2013	238-239	제시문[마]	○
고등학교 생명과학I	권혁빈외	교학사	2013	220	제시문[마]	○
고등학교 생명과학I	이준규외	천재	2013	228-231	제시문[마]	○