2020학년도 숭실대학교 신입학 수시

# 논술고사 문제지(1교시: 자연계열)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 모집단위 | | 수험번호 | | 성 명 | |

※ 주의사항(문제 1-2번 공통)

① 답안 작성 시 반드시【문제 1】은 앞면에,【문제 2】는 뒷면에 작성할 것. (지정한 면에 작성하지 않을 경우 '0'점 처리함.)
② 답안지에 논리적인 풀이 과정을 작성할 것.
③ 답안지에 자신을 드러내는 표현이나 표식을 하지 말 것.
④ 검은색 필기구(연필, 볼펜, 사인펜 등)만을 사용하여 답안을 작성할 것. (그 외의 색 필기구 사용은 부정행위에 해당함.)

**【문제 1】**

**문제 1-A** 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. **(25점)**

> 두 사건 $A$, $B$가 동시에 일어날 확률은
>
> $$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\,\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\,\mathrm{P}(A|B) \quad (\text{단, } \mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(B)>0)$$
>
> [출처 : 확률과 통계 「조건부확률」]

흰 공 3개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니와 비어 있는 상자가 있다. 주머니에서 2개의 공을 임의로 꺼내어 상자에 넣고 흰 공의 개수를 확인한다. 그리고 흰 공이 나온 개수만큼 다시 공을 주머니에서 임의로 꺼내어 상자에 넣는다. 주머니에서 상자로 옮겨진 흰 공의 전체 개수를 확률변수 $X$라 할 때, 다음 문항에 답하시오.

(1) $\mathrm{P}(X=2)$를 구하시오.

(2) 평균 $\mathrm{E}(X)$와 분산 $\mathrm{V}(X)$를 구하시오.

**문제 1-B** 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. **(25점)**

> 중심이 $\mathrm{C}(a,b,c)$이고 반지름의 길이가 $r$인 구의 방정식은
>
> $$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$
>
> [출처 : 기하와 벡터 「공간좌표」]

네 점 $\mathrm{O}(0,0,0)$, $\mathrm{P}(1,0,0)$, $\mathrm{Q}(0,2,0)$, $\mathrm{R}(0,0,3)$을 꼭짓점으로 하는 사면체와 그 내부를 입체도형 T라 할 때, 다음 문항에 답하시오.

(1) 입체도형 T에 포함되는 가장 큰 구 $\mathrm{S}_1$의 반지름의 길이 $r_1$을 구하시오.

(2) 입체도형 T의 한 면 위의 점 $\mathrm{A}\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3},1\right)$을 지나면서 입체도형 T에 포함되는 가장 큰 구 $\mathrm{S}_2$의 반지름의 길이 $r_2$를 구하시오.

<뒷면에 계속>

## 【문제 2】

**문제 2-A** 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. **(25점)**

(가) 함수 $h(t)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x h(t)\,dt = h(x) \qquad (\text{단, } a < x < b)$$

[출처 : 미적분Ⅰ 「정적분」]

(나) 미분가능한 두 함수 $h(x)$, $k(x)$에 대하여 $h'(x)$, $k'(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b h(x)\,k'(x)\,dx = \Big[h(x)k(x)\Big]_a^b - \int_a^b h'(x)\,k(x)\,dx$$

[출처 : 미적분Ⅱ 「여러 가지 적분법」]

함수 $f(x) = \int_0^x e^{-t^2}\,dt$ 에 대하여 다음 문항에 답하시오.

(1) 부분적분법을 이용하여 정적분 $A(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x)\,dx$를 $\alpha$와 $f(\alpha)$의 식으로 나타내시오.

(2) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 정적분 $B(\alpha) = \int_0^{f(\alpha)} g(x)\,dx$를 $\alpha$의 식으로 나타내시오.

(3) 극한값 $\lim\limits_{\alpha \to 0} \dfrac{A(\alpha)}{B(\alpha)}$를 구하시오.

**문제 2-B** 다음 제시문을 읽고 아래 논제에 답하시오. **(25점)**

미분가능한 두 함수 $y = h(u)$, $u = k(x)$에 대하여 합성함수 $y = h(k(x))$는 미분가능하고, 그 도함수는

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \quad \text{또는} \quad \{h(k(x))\}' = h'(k(x))\,k'(x)$$

[출처 : 미적분Ⅱ 「여러 가지 미분법」]

함수 $f(x)$는 미분가능한 증가함수이고, $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, $\int_0^1 \{f(x)\}^2 dx = 3$이다. 미분가능한 함수 $g(x)$는 음이 아닌 실수 $\alpha$ $(\alpha \ge 0)$에 대하여 조건 (i), (ii)를 만족한다.

(i) $x > 0$일 때, $g'(x) = 2\alpha f(x) f'(x)$

(ii) $x \le 0$일 때, $g(x) = -\{f(-x)\}^2 + (5 - \alpha^3)$

이때 다음 문항에 답하시오.

(1) 닫힌 구간 $[-1,1]$에서 부등식 $g(x) \ge 0$이 성립하도록 하는 음이 아닌 실수 $\alpha$의 값의 범위를 구하시오.

(2) 문항 (1)에서 구한 $\alpha$의 값의 범위에서, 곡선 $y = g(x)$와 $x$축 및 $x = -1$, $x = 1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 최대로 하는 $\alpha$의 값을 구하시오.

<끝>